

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM I – Mechanika a molekulová fyzika

Úloha č.: XVI

Název: Studium Brownova pohybu

Pracoval: Pavel Brožek

stud. skup. 12

dne 4.4.2008

Odevzdal dne:

Hodnocení:

Připomínky:

Kapitola referátu	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0 – 3	
Výsledky měření	0 – 9	
Diskuse výsledků	0 – 5	
Závěr	0 – 2	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval: dne

1 Pracovní úkol

1. Experimentálně ověřte platnost Einsteinova vztahu pro střední kvadratické posunutí částice $\overline{s^2}$ při Brownově pohybu.
2. Určete aktivitu Brownova pohybu A částic latexu ve vodě za pokojové teploty.
3. Vypočítejte Avogadrovu konstantu N_A .

2 Teorie

Pokud budeme sledovat průmět částice pohybující se při Brownově pohybu do roviny, pak pro střední kvadratické posunutí $\overline{s^2}$ částice za čas t platí Einsteinův vztah

$$\overline{s^2} = 2At, \quad (1)$$

kde A je aktivita Brownova pohybu. Pokud budeme měřit polohu částice po intervalech délky t , můžeme z poloh částice spočítat jak $\overline{s^2}$ za čas t , tak střední kvadratické posunutí $\overline{s_{nt}^2}$ za čas nt . Pro tyto střední kvadratické posunutí platí rovnice (1) a pokud porovnáme tuto rovnici pro různé $\overline{s_{nt}^2}$, dostaneme

$$\overline{s^2} : \overline{s_{2t}^2} : \overline{s_{3t}^2} : \overline{s_{4t}^2} : \overline{s_{nt}^2} = 1 : 2 : 3 : 4 : n \quad (2)$$

Platnost Einsteinova vztahu ověříme tedy ověřením vztahu (2).

Aktivitu Brownova pohybu vyjádřím ze vztahu (1):

$$A = \frac{\overline{s^2}}{2t}. \quad (3)$$

Pro aktivitu Brownova pohybu A platí také vztah

$$A = \frac{RT}{3\pi\eta r N_A}, \quad (4)$$

kde R je molární plynová konstanta, T termodynamická teplota prostředí, η dynamická viskozita prostředí s částicemi, r poloměr částic a N_A Avogadrova konstanta. Z tohoto vztahu můžeme určit velikost Avogadrovy konstanty N_A .

$$N_A = \frac{RT}{3\pi\eta r A} \quad (5)$$

Dynamickou viskozitu η určíme ze vztahu

$$\eta = \eta_0(1 + 2,5\varphi), \quad (6)$$

kde η_0 je dynamická viskozita vody a φ je objemový poměr částic ve vodě.

Při počítání přenosu chyb a určování celkové chyby měření budu používat vzorce z [1]

$$\sigma_f^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_\mu^2 \sigma_{x_i}^2 \quad (7)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{stat}}^2 + \sigma_{\text{sys}}^2} \quad (8)$$

2.1 Pomůcky

Projekční mikroskop Biolar, kamera, televizní přijímač, stopky, zvuková signalizace času, latexová emulze, teploměr, skleněná tyčka, líh, kalibrační sklo, transparentní folie, lihové fixy, podložní a krycí sklíčko, nůžky, měřítko, lepicí páska.

3 Výsledky měření

3.1 Podmínky měření

Teplota: 23,6°C

Relativní vlhkost vzduchu: 33,6%

Tlak vzduchu: 996,3 hPa

Místo: Praha

3.2 Měření

Nejdříve jsem určil zvětšení mikroskopu Z - mikroskopem jsem zobrazil kalibrační sklo s dílky vzdálenými 0,01 mm na obrazovku, na které jsem změřil velikost a' třinácti dílků vzdálených $a = 0,13$ mm. Chybu měření a' odhaduji vzhledem k nepřesnosti měření a zakřivení obrazovky na 2 mm. Změřil jsem

$$a' = (217 \pm 2)\text{mm} \quad (9)$$

a ze vzorce

$$Z = \frac{a'}{a} \quad (10)$$

jsem určil

$$Z = 1670 \pm 20 . \quad (11)$$

Periodu zvukových signálů t jsem měřil stopkami, systematickou chybu odhaduji na 0,2 s. Pro větší přesnost jsem měřil deset period najednou. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 1.

Tabulka 1: Perioda zvukových signálů

č. měření	$10t$ [s]	t [s]
1	48,0	4,80
2	48,0	4,80
3	48,0	4,80
4	47,9	4,79
5	48,0	4,80
průměr		4,80
σ_{stat}		0,004
σ_{sys}	0,2	0,02
σ		0,02

Určil jsem tedy

$$t = (4,80 \pm 0,02)\text{s} . \quad (12)$$

Polohy částice jsem po intervalech t zakresloval na průhlednou fólii přilepenou na obrazovku. Polohy jsem potom zadal do počítačového programu, který z poloh určil střední kvadratická posunutí pro zvětšenou dráhu

$$\begin{aligned} \overline{s^2} &= (21 \pm 2)\text{mm}^2 \\ \overline{s_{2t}^2} &= (45 \pm 6)\text{mm}^2 \\ \overline{s_{3t}^2} &= (63 \pm 8)\text{mm}^2 \\ \overline{s_{4t}^2} &= (80 \pm 11)\text{mm}^2 \end{aligned}$$

Pro ověření Einsteinova vztahu tyto hodnoty porovnám (v závorkách jsou uvedeny standardní odchylky průměrů). Pro toto porovnání není nutné počítat střední kvadratické posunutí pro zvětšenou dráhu, protože zvětšení nemá vliv na jejich poměr.

$$\overline{s^2}' : \overline{s_{2t}^2}' : \overline{s_{3t}^2}' : \overline{s_{4n}^2}' = 1 : 2,13(0,36) : 3,00(0,52) : 3,79(0,67) \quad (13)$$

Hodnoty v rámci chyb odpovídají vztahu (2), můžeme tedy tuto dráhu částice použít pro další výpočty. Uvedená hodnota středního kvadratického posunutí je hodnota pro dráhu zvětšenou mikroskopem, skutečné střední kvadratické posunutí určíme pomocí

$$\overline{s^2} = \frac{\overline{s^2}'}{Z^2} \quad (14)$$

$$\overline{s^2} = (7,5 \pm 0,7) \cdot 10^{-12} \text{m}^2 \quad (15)$$

Aktivitu Brownova pohybu A určím ze vztahu (3)

$$A = (7,8 \pm 0,7) \cdot 10^{-13} \text{m}^2 \text{s}^{-1} \quad (16)$$

Při experimentu jsem použil emulzi latexu, částice latexu měly průměr $d = 850$ nm, jejich poloměr je tedy $r = 425$ nm. Latex byl zředěn v poměru $\varphi = 1 : 600$. Protože dynamická viskozita vody při pokojové teplotě je podle [2] $\eta_0 = 0,89 \cdot 10^{-3}$ Pa s, z (6) dostaneme

$$\eta = 0,894 \cdot 10^{-3} \text{Pa s} \quad (17)$$

Termodynamická teplota prostředí je

$$T = 296,8 \text{K} \quad (18)$$

Dosažením molární plynové konstanty $R = 8,3 \text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$ (z [2]) a ostatních veličin do vztahu (5) získám Avogadrovu konstantu

$$N_A = (8,8 \pm 0,8) \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1} \quad (19)$$

4 Diskuse výsledků

Ze záznamu drah částic na fólii je zřejmé, že se ve většině případů projevovale tečení. Podařilo se mi však najít oblast vzorku, kde tečení nebylo tak velké, tyto dráhy jsem na fólii označil 1 a 2. Na dráze 2 se tečení neprojevilo, proto jsem ji použil k výpočtům. Splnění Einsteinova vztahu potvrdilo, že tato dráha dostatečně odpovídá Brownovu pohybu.

Změřená hodnota $N_A = (8,8 \pm 0,8) \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}$ neodpovídá ani v rámci chyby tabelované hodnotě $N_A = 6,0 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}$ uvedené v [2]. To může být způsobeno tím, že sledovaná částice měla jiný poloměr než je poloměr uvedený pro částice v emulzi. Také nepřesnost zaznamenávání polohy na fólii mohla mít negativní vliv na měření středního kvadratického posunutí.

Program určil pro dráhu 1 střední kvadratické posunutí $\overline{s^2}' = (28 \pm 3) \text{mm}^2$, které se ani v rámci chyb neshoduje se středním kvadratickým posunutím pro dráhu 2, přestože by měly být stejné. Z toho můžeme usoudit, že nepřesnost určení středního kvadratického posunutí je větší než program uvádí.

Přesnost experimentu by se dala zvýšit přímým propojením kamery na počítač a zpracováním obrazu programem, který by sledoval pohyb částice v čase. Pokud je ale chyba způsobena převážně nepřesností poloměru částic, pak toto zlepšení nepomůže zvýšit přesnost celého měření.

5 Závěr

Ověřil jsem platnost Einsteinova vztahu pro střední kvadratické posunutí částice - naměřené poměry (13) odpovídají v rámci chyb předpokládaným poměrům 1:2:3:4.

Určil jsem aktivitu Brownova pohybu A částic latexu ve vodě za pokojové teploty

$$A = (7,8 \pm 0,7) \cdot 10^{-13} \text{m}^2 \text{s}^{-1} \quad (20)$$

Vypočítal jsem Avogadrovu konstantu

$$N_A = (8,8 \pm 0,8) \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1} \quad (21)$$

Reference

- [1] English J.: Úvod do praktické fyziky I, Matfyzpress, Praha 2006
- [2] Mikulčák J.: Tabulky a vzorce, Prometheus, Praha 2006