

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM I – Mechanika a molekulová fyzika

Úloha č.: X

Název: Rychlost šíření zvuku

Pracoval: Pavel Brožek

stud. skup. 12

dne 9.5.2008

Odevzdal dne:

Hodnocení:

Připomínky:

Kapitola referátu	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0 – 3	
Výsledky měření	0 – 9	
Diskuse výsledků	0 – 5	
Závěr	0 – 2	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval: dne

1 Pracovní úkol

1. Určete rychlost šíření podélných zvukových vln v mosazné tyči metodou Kundtovy trubice. Z naměřené rychlosti zvuku stanovte modul pružnosti v tahu E materiálu tyče.
2. Změřte rychlost zvuku ve vzduchu a v oxidu uhličitém pomocí uzavřeného rezonátoru. Výsledky měření zpracujte metodou lineární regrese a graficky znázorněte.
3. Vypočítejte Poissonovu konstantu κ oxidu uhličitého z naměřené rychlosti zvuku.

2 Teorie

2.1 Kundtova trubice

Akustická vlna si při šíření v různých prostředích zachovává svou frekvenci. Pro rychlost šíření zvuku c platí

$$c = \lambda \nu , \quad (1)$$

kde λ je vlnová délka a ν je frekvence vlnění. Pokud se tedy vlnění šíří z mosazné tyče do vzduchu, platí

$$\frac{c_1}{\lambda_1} = \frac{c_2}{\lambda_2} , \quad (2)$$

kde c_1 a λ_1 (resp. c_2 a λ_2) jsou rychlost šíření zvuku a vlnová délka v mosazné tyči (resp. ve vzduchu). Při uchycení tyče v polovině její délky a jejím rozkmitání vznikne stojaté vlnění s kmitnami na koncích tyče a uzlem uprostřed. Platí tedy

$$\lambda_1 = 2l_1 , \quad (3)$$

kde l_1 je délka tyče. Délku trubice l_2 nastavíme tak, aby vznikla rezonance. Pak v trubici pozorujeme pomocí korkového prášku uzly rychlosti vzduchu. Délka trubice l_2 je pak celočíselným násobkem $\frac{\lambda_2}{2}$. Rychlost zvuku ve vzduchu c_2 určíme z přibližných vzorců: Označíme-li t teplotu vzduchu ve stupních Celsia, pak v suchém vzduchu

$$c_2 = (331,82 + 0,61t) \text{ ms}^{-1} , \quad (4)$$

při 50% vlhkosti

$$c_2 = [344,36 + 0,63(t - 20)] \text{ ms}^{-1} . \quad (5)$$

Modul pružnosti v tahu E tyče určíme ze vztahu

$$E = c_1^2 \rho , \quad (6)$$

kde ρ je hustota tyče, kterou určíme z tabulek.

2.2 Uzavřený rezonátor

Při konstantní frekvenci ν můžeme zjistit při jakých délkách l rezonátoru nastává rezonance. Tyto délky se pak liší o násobky půlvln, pro nejbližší rezonance tedy platí

$$|l_1 - l_2| = \frac{\lambda}{2} . \quad (7)$$

Ze vztahu (1) tak dostáváme pro rychlost zvuku

$$c = 2\nu |l_1 - l_2| . \quad (8)$$

Při konstantní délce l nastane rezonance pokud nastavíme takovou frekvenci, že délka rezonátoru bude celočíselným násobkem poloviny vlnové délky.

$$l = k \frac{\lambda_k}{2}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

Protože platí

$$c = \lambda_k \nu_k, \quad (10)$$

můžeme z (9) a (10) eliminovat λ_k a pokud označíme

$$a = \frac{c}{2l}, \quad (11)$$

dostaneme

$$\nu_k = ak. \quad (12)$$

Z tohoto vztahu můžeme určit lineární regresí a a dopočítat rychlost zvuku c ze vzorce (11).

Pro Poissonovu konstantu κ plynu platí vztah

$$\kappa = \frac{c^2 \mu}{RT}, \quad (13)$$

kde μ je molekulová hmotnost plynu, R je molární plynová konstanta a T je termodynamická teplota.

Při počítání přenosu chyb budu používat vzorec z [1]

$$\sigma_f^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{\mu}^2 \sigma_{x_i}^2 \quad (14)$$

2.3 Pomůcky

Kundtova trubice, korkový prášek, mosazná tyč, uzavřený rezonátor, oxid uhličitý, balónek, pásové měřidlo, generátor zvuku, měřič frekvence, mikroampérmetr

3 Výsledky měření

3.1 Podmínky měření

Teplota: 23,6°C

Relativní vlhkost vzduchu: 40,3%

Tlak vzduchu: 990,3 hPa

Místo: Praha

3.2 Kundtova trubice

Délku tyče l_1 jsem určil pásovým měřidlem.

$$l_1 = (150,9 \pm 0,2) \text{ cm} \quad (15)$$

Podle (3) je tedy

$$\lambda_1 = (301,8 \pm 0,4) \text{ cm} \quad (16)$$

Po dosažení rezonance jsem změřil pásovým měřidlem délku trubice. Vzhledem k tomu, že maximum rezonance nemusí být přesně při nastavené délce trubice, odhaduji větší chybu měření.

$$l_2 = (77,5 \pm 1,0) \text{ cm} \quad (17)$$

V trubici bylo patrných pět půlvln, je tedy

$$\lambda_2 = (31,0 \pm 0,4) \text{ cm} \quad (18)$$

Relativní vlhkost vzduchu byla 40,3%, pro výpočet rychlosti zvuku ve vzduchu tedy použiju vzorec (5) pro relativní vlhkost 50%.

$$c_2 = 346,6 \text{ ms}^{-1} \quad (19)$$

Ze vzorce (2) tak dostávám

$$c_1 = (3370 \pm 40) \text{ ms}^{-1} \quad (20)$$

Hustota mosazné tyče je podle tabulek [2]

$$\rho = 8600 \text{ kgm}^{-3} . \quad (21)$$

Z (6) je tedy

$$E = (98 \pm 2) \text{ GPa} . \quad (22)$$

3.3 Uzavřený rezonátor

Při konstantní frekvenci

$$\nu = (2800 \pm 2) \text{ Hz} \quad (23)$$

(chybu jsem určil odhadem) jsem naměřil tři délky rezonátoru, při kterých nastala rezonance,

$$\begin{aligned} l_1 &= (86,0 \pm 0,2) \text{ cm} \\ l_2 &= (79,8 \pm 0,2) \text{ cm} \\ l_3 &= (73,7 \pm 0,2) \text{ cm} . \end{aligned}$$

Rozdíl $l_1 - l_3$ je tedy roven velikosti vlnové délky

$$\lambda = (12,3 \pm 0,3) \text{ cm} . \quad (24)$$

Ze vzorce (1) určím rychlost zvuku ve vzduchu, kterou označím c'_{vz} .

$$c'_{vz} = (344 \pm 8) \text{ ms}^{-1} . \quad (25)$$

Při konstantní délce

$$l = (80,0 \pm 0,2) \text{ cm} \quad (26)$$

jsem měřil frekvence při kterých v plynu nastala rezonance. Naměřené hodnoty frekvence ν v závislosti na počtu půlvln v rezonátoru k jsou uvedeny v tabulce 1. Závislost frekvence na počtu půlvln je pro oba plyny znázorněna na grafu 1 i s přímkami lineární regrese.

Lineární regresí jsem určil konstantu a_{vz} ze vztahu (12) pro vzduch (resp. a_{CO_2} pro CO_2). Pro všechny naměřené hodnoty frekvence přitom uvažuji odhad chyby $2Hz$.

$$\begin{aligned} a_{vz} &= (215,066 \pm 0,004) \text{ Hz} \\ a_{CO_2} &= (172,294 \pm 0,003) \text{ Hz} \end{aligned}$$

Ze vztahu (11) pak

$$\begin{aligned} c_{vz} &= (344,1 \pm 0,9) \text{ ms}^{-1} \\ c_{CO_2} &= (275,7 \pm 0,7) \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

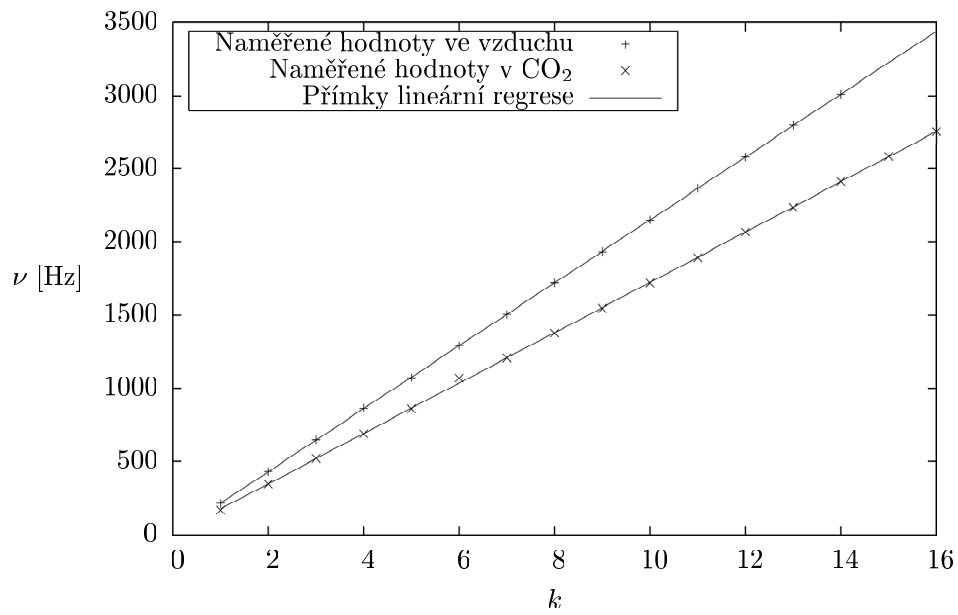
Poissonovu konstantu pro oxid uhličitý určím ze vztahu (13), kam podle tabulek [2] dosadím za $R = 8,314 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$ a kde $\mu_{CO_2} = 44 \text{ g mol}^{-1}$.

$$\kappa = 1,355 \pm 0,006 \quad (27)$$

Tabulka 1: Frekvence při rezonanci

k	ν [Hz] - vzduch	ν [Hz] - CO ₂
1	213	166
2	434	347
3	648	520
4	861	690
5	1073	857
6	1290	1070
7	1507	1206
8	1720	1376
9	1933	1546
10	2150	1719
11	2366	1894
12	2582	2066
13	2796	2237
14	3011	2412
15		2586
16		2753

Graf 1: Závislosti rezonanční frekvence na počtu půlvln



4 Diskuse výsledků

Graf závislosti frekvence na počtu půlvln pro oba plyny velmi dobře odpovídá předpokladu, že je závislost lineární.

Bohužel nemám k dispozici hodnotu rychlosti zvuku v mosazné tyči, nemohu ji tedy porovnat s tabelovanými hodnotami. Určený modul pružnosti se v rámci chyby shoduje s hodnotou $E = 100$ GPa udávanou v [2]. Pro podmínky při měření jsem určil ze vzorce (5) rychlost zvuku ve vzduchu $c = 346,6$ ms⁻¹. Tato hodnota je v souladu s měřením rychlosti zvuku ve vzduchu pomocí uzavřeného rezonátoru při konstantní frekvenci. Hodnota naměřená při konstantní délce rezonátoru se liší více než v rámci chyby. To je pravděpodobně způsobeno tím, že plyn v rezonátoru nebyl dokonale vyměněn a ještě v něm zůstalo trochu oxidu uhličitého. Podobně při určení rychlosti zvuku v oxidu uhličitém se naměřená hodnota liší od hodnoty tabelované $c_{\text{CO}_2} = 270$ ms⁻¹, což je také pravděpodobně způsobeno nedokonalým nahrazením plynu. Tabelovaná hodnota Poissonovy konstanty pro oxid uhličitý je podle [2] při teplotě 20°C $\kappa = 1,29$, což neodpovídá naměřené hodnotě. Kromě mírně odlišné teploty to bude pravděpodobně opět způsobeno nedokonalým vyměněním plynů v rezonátoru.

Při měření frekvencí, při kterých v rezonátoru s konstantní délkou ve vzduchu nastávala rezonance, jsem naměřil jednu rezonanci při frekvenci $\nu = 1600$ Hz, pro kterou délka rezonátoru zřejmě není celočíselným násobkem poloviny příslušné vlnové délky. Při této frekvenci pravděpodobně došlo ke vzniku jiného stojatého vlnění než předpokládaného s osou shodnou s osou rezonátoru. Vzhledem k tomuto jsem tuto hodnotu z naměřených hodnot vyřadil.

5 Závěr

Určil jsem rychlost šíření zvuku v mosazné tyči

$$c_1 = (3370 \pm 40) \text{ ms}^{-1} \quad (28)$$

a z této rychlosti modul pružnosti v tahu

$$E = (98 \pm 2) \text{ GPa} . \quad (29)$$

Změřil jsem rychlost zvuku ve vzduchu pomocí uzavřeného rezonátoru při konstantní frekvenci

$$c'_{vz} = (344 \pm 8) \text{ ms}^{-1} . \quad (30)$$

Pomocí lineární regrese jsem při konstantní délce rezonátoru určil rychlost vzduchu ve vzduchu

$$c_{vz} = (344,1 \pm 0,9) \text{ ms}^{-1} , \quad (31)$$

a v oxidu uhličitém

$$c_{\text{CO}_2} = (275,7 \pm 0,7) \text{ ms}^{-1} . \quad (32)$$

Výsledky měření jsem zobrazil v grafu 1. Vypočítal jsem Poissonovu konstantu oxidu uhličitého

$$\kappa = 1,355 \pm 0,006 \quad (33)$$

Reference

- [1] English J.: Úvod do praktické fyziky I, Matfyzpress, Praha 2006
- [2] Mikulčák J.: Tabulky a vzorce, Prometheus, Praha 2006