

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

## PRAKTIKUM II – Elektřina a magnetismus

Úloha č.: II

Název: Měření odporů

Pracoval: Pavel Brožek

stud. skup. 12

dne 28.11.2008

Odevzdal dne: .....

Hodnocení: .....

Připomínky:

Kapitola referátu	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0 – 3	
Výsledky měření	0 – 10	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 2	
Seznam použité literatury	0 – 1	
<b>Celkem</b>	max. 20	

Posuzoval: ..... dne .....

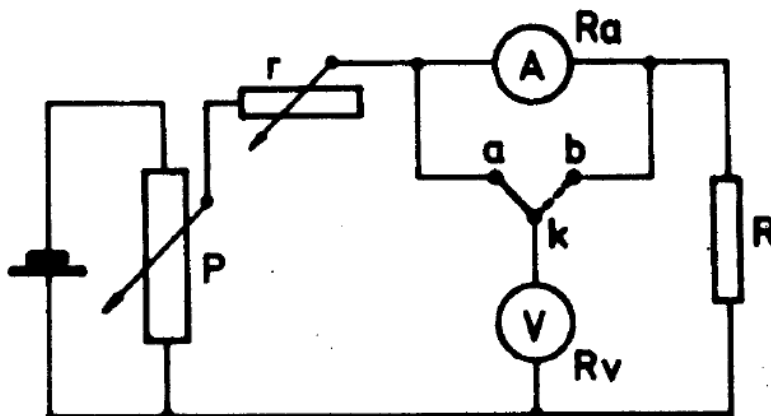
## 1 Pracovní úkol

1. Změřte metodou přímou závislost odporu vlákna žárovky na proudu, který jím protéká. K měření použijte stejnosměrné napětí v rozsahu do 24 V.
2. Změřte substituční metodou vnitřní odpor měřících přístrojů použitých v úkolu 1. Výsledek použijte k případné korekci naměřených hodnot odporů v úkolu 1.
3. Metodou substituční změřte závislost odporu vlákna žárovky na proudu od nejmenších proudů (0,2 mA) až do 25 mA. Porovnejte přesnost výsledků s přesností dosaženou v úkolu 1.
4. Výsledky zpracujte graficky a diskutujte vliv měřících přístrojů.
5. Stanovte odpor vlákna žárovky při pokojové teplotě. K extrapolaci odporu vlákna na pokojovou teplotu použijte graf závislosti odporu vlákna na příkonu žárovky (do grafu vyznačte chybu měření).

## 2 Teorie

Metodou přímou měříme odpor při zapojení podle obrázku 1 v poloze *a* (voltmetr je zapojen před ampérmetrem) nebo v poloze *b* (voltmetr je zapojen za ampérmetrem). Jestliže zanedbáme

Obrázek 1: Zapojení obvodu - metoda přímá



vliv měřících přístrojů (odpor ampérmetru  $R_A$  považujeme za nulový a odpor voltmetru  $R_V$  za nekonečný), pak velikost odporu určíme podle vztahu

$$R = \frac{U}{I}, \quad (1)$$

kde  $U$  je napětí naměřené voltmetrem a  $I$  proud naměřený ampérmetrem. Určení odporu pomocí tohoto vztahu je však dostatečně přesné pouze pokud je splněno  $R_A \ll R$  v poloze *a* či  $R_V \gg R$  v poloze *b*. Pokud to není splněno, provedeme korekci pro odpory měřících přístrojů, dostaneme pro odpor při měření v poloze *a* vztah

$$R = \frac{U}{I} - R_A, \quad (2)$$

a při měření v poloze *b* vztah pro odpor

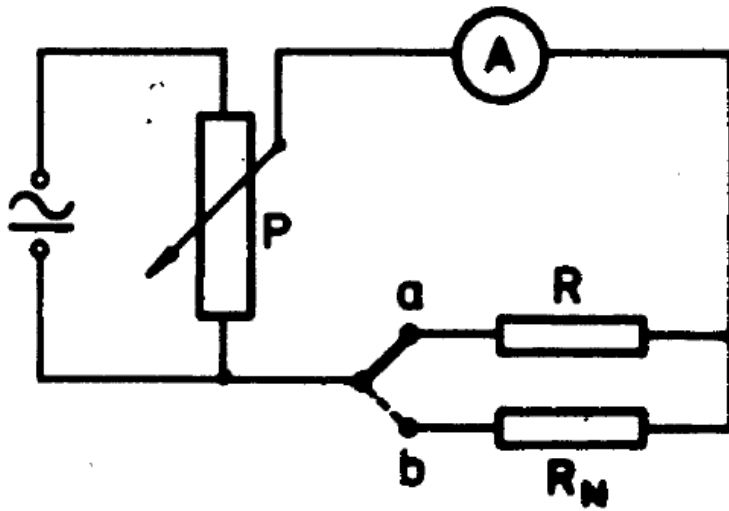
$$R = \left( \frac{I}{U} - \frac{1}{R_V} \right)^{-1} \quad (3)$$

a pro proud procházející odporem

$$I'_b = I - \frac{U}{R_V} . \quad (4)$$

Odpor můžeme měřit také metodou substituční (zapojení je znázorněno na obrázku 2), kde porovnáváme odpor  $R$  se známým odporem  $R_N$ . Jestliže změnou  $R_N$  docílíme toho, že při stejném napětí teče odpory  $R$  a  $R_N$  stejný proud, musí platit  $R = R_N$ .

Obrázek 2: Zapojení obvodu - metoda substituční



Při malém příkonu nebude žárovka svítit a většina energie se odvede vedením tepla, pro příkon  $P$  tedy platí

$$P = k(T - T_0) , \quad (5)$$

kde  $k$  je konstanta úměrnosti,  $T$  je teplota vlákna žárovky a  $T_0$  je teplota okolí. V malém rozsahu teplot okolo pokojové teploty můžeme uvažovat, že odpor žárovky  $R$  je lineárně závislý na teplotě  $T$ , platí tedy

$$R = R_0(1 + \alpha(T - T_0)) , \quad (6)$$

kde  $R_0$  je odpor žárovky při teplotě  $T_0$  a  $\alpha$  je teplotní součinitel odporu žárovky. Ze vztahů (5) a (6) získáme eliminací  $T$  závislost odporu  $R$  na příkonu  $P$

$$R = R_0 + \frac{R_0 \alpha}{k} P , \quad (7)$$

odpor  $R$  je tedy lineárně závislý na příkonu  $P$ . Tento vztah nelze použít pro větší příkon  $P$ , protože pak by se větší část příkonu odváděla ve formě záření.

### 3 Výsledky měření

Přenos chyb jsem počítal podle [1] ze vzorce

$$\sigma_f^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2 . \quad (8)$$

Metodou přímou jsem měřil při zapojení podle obrázku 1 napětí  $U$  na žárovce a proud  $I_a$  resp.  $I_b$  procházející žárovkou v poloze  $a$  resp.  $b$ . Přesnost použitých měřicích přístrojů udávaná

výrobce byla vyšší než polovina nejmenšího dílku na stupnici, proto jsem chyby měření určil jako polovinu nejmenšího dílku na stupnici. Naměřené hodnoty jsou spolu s vypočítanými hodnotami odporu  $R_a$  pro zapojení v poloze  $a$ , resp.  $R_b$  pro zapojení v poloze  $b$ , uvedeny v tabulce 1.

Tabulka 1: Metoda přímá - naměřené hodnoty, vypočítané odpory

$U$ [V]	$I_a$ [mA]	$I_b$ [mA]	$R_a$ [ $\Omega$ ]	$R_b$ [ $\Omega$ ]	$\sigma_U$ [V]	$\sigma_{I_a}$ [mA]	$\sigma_{I_b}$ [mA]	$\sigma_{R_a}$ [ $\Omega$ ]	$\sigma_{R_b}$ [ $\Omega$ ]
1,00	4,90	6,05	204	165	0,01	0,03	0,03	2	2
2,00	7,20	8,60	278	233	0,01	0,05	0,05	2	2
3,00	8,10	10,80	370	278	0,03	0,05	0,05	4	3
4,00	9,90	11,20	404	357	0,03	0,05	0,05	3	3
5,00	11,20	12,80	446	391	0,03	0,05	0,05	3	2
6,00	12,30	14,30	488	420	0,03	0,05	0,05	3	2
7,00	13,40	15,6	522	449	0,03	0,05	0,1	3	3
8,00	14,6	16,0	548	500	0,05	0,1	0,1	5	4
9,00	15,6	17,0	577	529	0,05	0,1	0,1	5	4
10,00	16,6	18,2	602	549	0,05	0,1	0,1	5	4
11,00	17,6	19,2	625	573	0,05	0,1	0,1	5	4
12,00	18,6	20,4	645	588	0,05	0,1	0,1	4	4
13,00	19,6	21,4	663	607	0,05	0,1	0,1	4	4
14,00	20,4	22,4	686	625	0,05	0,1	0,1	4	4
15,00	21,2	23,2	708	647	0,05	0,1	0,1	4	4
16,0	22,0	23,4	727	684	0,1	0,1	0,1	6	5
17,0	23,0	24,2	739	702	0,1	0,1	0,1	5	5
18,0	23,6	25,2	763	714	0,1	0,1	0,1	5	5
19,0	24,4	26,0	779	731	0,1	0,1	0,1	5	5
20,0	25,2	26,8	794	746	0,1	0,1	0,1	5	5
21,0	26,0	27,8	808	755	0,1	0,1	0,1	5	5
22,0	26,8	28,6	821	769	0,1	0,1	0,1	5	4
23,0	27,6	29,2	833	788	0,1	0,1	0,1	5	4
24,0	28,2	30,0	851	800	0,1	0,1	0,1	5	4

Substituční metodou jsem určil odpor ampérmetru a voltmetru pro jejich různé rozsahy. Chybu měření odporu jsem u substituční metody odhadoval jako velikost rozsahu odporů na odporové dekádě, pro které se proud měřený na ampérmetru příliš nelišil od proudu při měření odporu měřicího přístroje. Dolní indexy udávají rozsah měřeného přístroje.

$$R_{3V} = (1500 \pm 10) \Omega \quad (9)$$

$$R_{7,5V} = (3750 \pm 20) \Omega \quad (10)$$

$$R_{15V} = (7500 \pm 50) \Omega \quad (11)$$

$$R_{30V} = (14110 \pm 50) \Omega \quad (12)$$

$$R_{1,5mA} = (109 \pm 5) \Omega \quad (13)$$

$$R_{3mA} = (82 \pm 4) \Omega \quad (14)$$

$$R_{7,5mA} = (39 \pm 2) \Omega \quad (15)$$

$$R_{15mA} = (21 \pm 1) \Omega \quad (16)$$

$$R_{30mA} = (10 \pm 1) \Omega \quad (17)$$

$$(18)$$

Provedeme-li korekci odporů  $R_a$  a  $R_b$  při zanedbání odporů měřicích přístrojů na skutečné odpory

$R'_a$  a  $R'_b$  a proud  $I'_b$  v poloze  $b$  (v poloze  $a$  měříme správný proud) podle vzorců (2),(3) a (4), dostaneme hodnoty uvedené v tabulce 2.

Tabulka 2: Hodnoty z metody přímé po korekci

$U$ [V]	$I_a$ [mA]	$I'_b$ [mA]	$R'_a$ [ $\Omega$ ]	$R'_b$ [ $\Omega$ ]	$\sigma_U$ [V]	$\sigma_{I_a}$ [mA]	$\sigma_{I'_b}$ [mA]	$\sigma_{R'_a}$ [ $\Omega$ ]	$\sigma_{R'_b}$ [ $\Omega$ ]
1,00	4,90	5,38	165	186	0,01	0,03	0,03	3	2
2,00	7,20	7,27	257	275	0,01	0,05	0,05	3	3
3,00	8,10	10,00	350	300	0,03	0,05	0,05	4	3
4,00	9,90	10,13	383	395	0,03	0,05	0,05	3	3
5,00	11,20	11,47	426	436	0,03	0,05	0,05	3	3
6,00	12,30	12,70	467	472	0,03	0,05	0,05	3	3
7,00	13,40	13,7	502	510	0,03	0,05	0,1	3	4
8,00	14,6	14,9	538	536	0,05	0,1	0,1	5	5
9,00	15,6	15,8	567	570	0,05	0,1	0,1	5	5
10,00	16,6	16,9	592	593	0,05	0,1	0,1	5	5
11,00	17,6	17,7	615	620	0,05	0,1	0,1	5	5
12,00	18,6	18,8	635	638	0,05	0,1	0,1	5	4
13,00	19,6	19,7	653	661	0,05	0,1	0,1	4	4
14,00	20,4	20,5	676	682	0,05	0,1	0,1	4	4
15,00	21,2	21,2	697	708	0,05	0,1	0,1	4	4
16,0	22,0	22,3	717	719	0,1	0,1	0,1	6	6
17,0	23,0	23,0	729	739	0,1	0,1	0,1	5	6
18,0	23,6	23,9	752	752	0,1	0,1	0,1	5	5
19,0	24,4	24,7	768	771	0,1	0,1	0,1	5	5
20,0	25,2	25,4	783	788	0,1	0,1	0,1	5	5
21,0	26,0	26,3	797	798	0,1	0,1	0,1	5	5
22,0	26,8	27,0	811	814	0,1	0,1	0,1	5	5
23,0	27,6	27,6	823	834	0,1	0,1	0,1	5	5
24,0	28,2	28,3	841	848	0,1	0,1	0,1	5	5

Substituční metodou jsem změřil závislost odporu vlákna žárovky  $R$  na procházejícím proudem  $I$ . Naměřené hodnoty jsou s vypočítaným příkonem  $P$  uvedeny v tabulce 3.

V grafu 1 je znázorněna závislost odporu vlákna žárovky na procházejícím proudem získaná měřením metodou přímou v poloze  $a$  a  $b$ . Pro srovnání je v grafu vynesena také závislost naměřená přesnější substituční metodou.

V grafu 2 je znázorněna závislost odporu vlákna žárovky na procházejícím proudem po korekci hodnot naměřených metodou přímou. Opět je pro srovnání vynesena závislost naměřená substituční metodou.

Odpor vlákna žárovky je podle naměřených hodnot lineárně závislý na příkonu přibližně pro hodnoty příkonu do 5mW. Závislost odporu na příkonu pro tyto malé hodnoty je znázorněna v grafu 3.

Lineární regresí jsem určil odpor vlákna žárovky za pokojové teploty

$$R_0 = (117,4 \pm 0,2) \Omega . \quad (19)$$

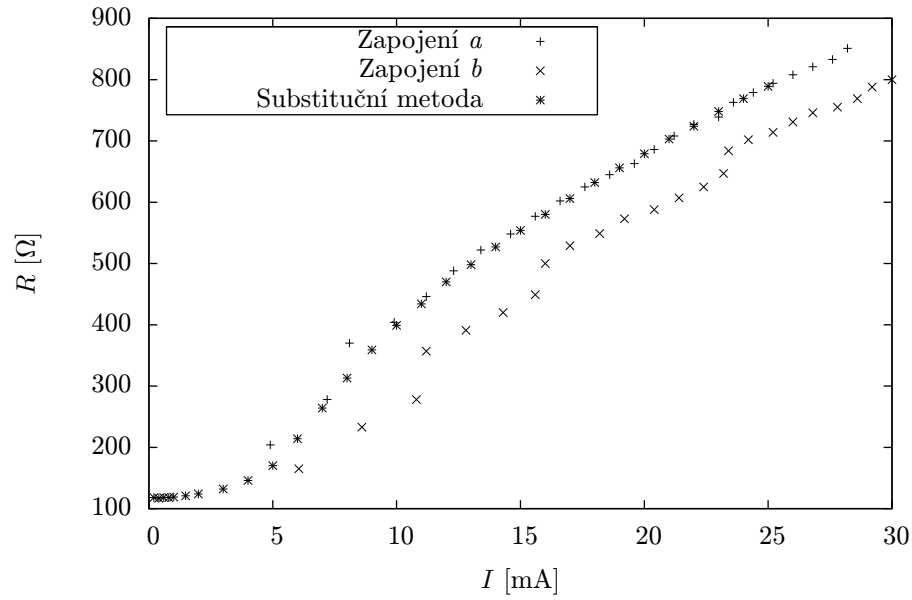
## 4 Diskuse výsledků

Ukázalo se, že systematická chyba při použití nedokonalých přístrojů byla poměrně velká zejména při měření přímou metodou v poloze  $b$ . V poloze  $b$  naměříme nižší odpor při větším proudem oproti

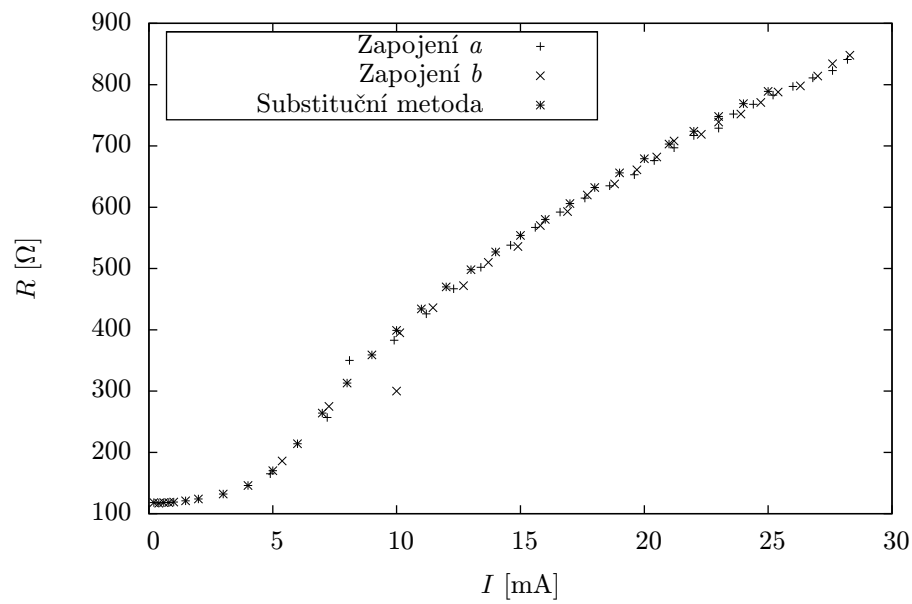
Tabulka 3: Substituční metoda - odpor vlákna žárovky

$I$ [mA]	$R$ [ $\Omega$ ]	$P$ [mW]	$\sigma_I$ [mA]	$\sigma_R$ [ $\Omega$ ]	$\sigma_P$ [mW]
0,200	118	0,0047	0,005	5	0,0003
0,400	117	0,0187	0,005	5	0,0009
0,600	118	0,042	0,005	2	0,001
0,800	118	0,076	0,005	2	0,002
1,000	119	0,119	0,005	2	0,002
1,480	121	0,265	0,005	2	0,005
2,00	124	0,496	0,01	2	0,009
3,00	132	1,19	0,01	1	0,01
4,00	146	2,34	0,03	1	0,04
5,00	170	4,25	0,03	1	0,06
6,00	214	7,70	0,03	1	0,09
7,00	264	12,9	0,05	1	0,2
8,00	313	20,0	0,05	1	0,3
9,00	359	29,1	0,05	1	0,3
10,00	399	39,9	0,05	1	0,4
11,00	434	52,5	0,05	2	0,5
12,00	470	67,7	0,05	2	0,6
13,00	498	84,2	0,05	2	0,7
14,00	527	103,3	0,05	2	0,8
15,00	554	125	0,05	4	1
16,0	580	148	0,1	4	2
17,0	606	175	0,1	4	2
18,0	632	205	0,1	4	3
19,0	656	237	0,1	4	3
20,0	679	272	0,1	4	3
21,0	703	310	0,1	4	3
22,0	724	350	0,1	4	4
23,0	748	396	0,1	4	4
24,0	769	443	0,1	4	4
25,0	789	493	0,1	4	5

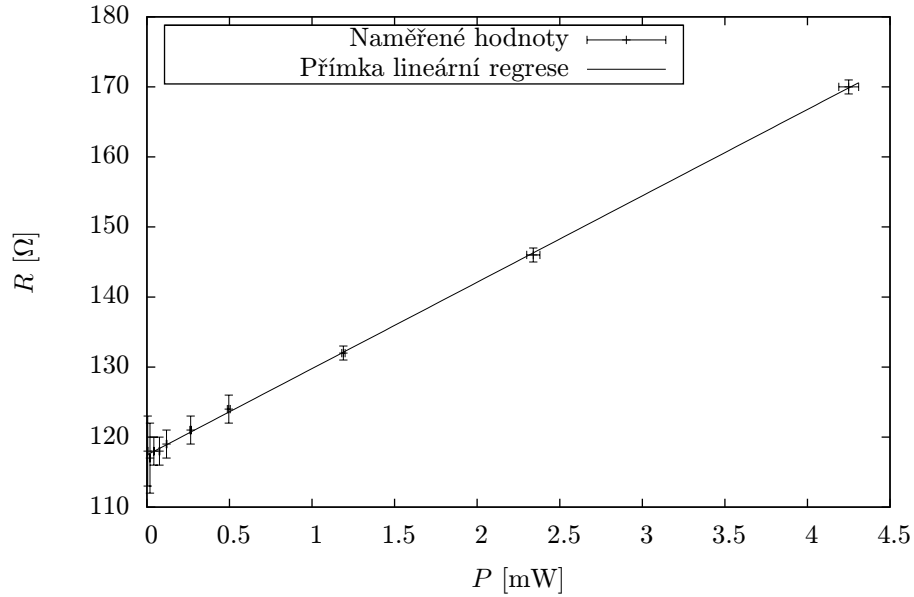
Graf 1: Závislost odporu vlákna žárovky na proudu bez korekce



Graf 2: Závislost odporu vlákna žárovky na proudu s korekcí



Graf 3: Závislost odporu vlákna žárovky na příkonu



skutečným hodnotám, proto je závislost na grafu výrazně posunuta pod závislost určenou přesněji. Oproti tomu v poloze  $a$  naměříme správný proud a správný odpor se od naměřeného liší pouze o odpor ampérmetru, který je ale větší než určená chyba měření. V grafu 1 jsou také patrné skoky v závislosti při měření v poloze  $b$ , které jsou způsobeny přepínáním měřicího rozsahu voltmetru. V obou dvou polohách se tedy ukázalo, že je vhodné provést korekci.

Naměřené hodnoty odporů přístrojů kromě rozsahu 30V na voltmetru velmi dobře odpovídají hodnotám, které uvádí výrobce:

$$R'_{3V} = 1500 \Omega \quad (20)$$

$$R'_{7,5V} = 3750 \Omega \quad (21)$$

$$R'_{15V} = 7500 \Omega \quad (22)$$

$$R'_{30V} = 15000 \Omega \quad (23)$$

$$R'_{1,5mA} = 110 \Omega \quad (24)$$

$$R'_{3mA} = 83 \Omega \quad (25)$$

$$R'_{7,5mA} = 40 \Omega \quad (26)$$

$$R'_{15mA} = 21 \Omega \quad (27)$$

$$R'_{30mA} = 11 \Omega \quad (28)$$

$$(29)$$

Z grafu 2 je patrné, že po korekci si opravené závislosti dobře odpovídají a shodují se i se závislostí naměřenou substituční metodou. Chyby odporů jsou při použití přímé a substituční metody srovnatelné. V grafu 2 je jedna hodnota naměřená při zapojení  $b$ , která se výrazně liší od ostatních závislostí. Ta je pravděpodobně způsobena hrubou chybou.

Ukázalo se, že závislost odporu vlákna žárovky na příkonu je v oblasti malých příkonů skutečně možné považovat za lineární, což je vidět v grafu 3. Mohl jsem tedy určit extrapolací odpor vlákna žárovky při nulovém příkonu, který odpovídá pokojové teplotě.



## 5 Závěr

Metodou přímou jsem změřil závislost odporu vlákna žárovky na proudu, který jím protéká. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 1 a závislost je znázorněna v grafu 1. Dále jsem změřil odpory měřicích přístrojů a provedl korekci odporu vlákna žárovky, výsledky jsem uvedl v tabulce 2 a opravenou závislost znázornil v grafu 2.

Substituční metodou jsem změřil závislost odporu vlákna žárovky na proudu, naměřené hodnoty jsem uvedl v tabulce 3, závislost je znázorněna v grafech 1 a 2 ve srovnání s metodou přímou. Zjistil jsem, že přesnost přímé metody s korekcí a substituční metody je srovnatelná.

Extrapolací závislosti odporu vlákna žárovky na průkonu jsem určil odpor vlákna žárovky při pokojové teplotě

$$R_0 = (117,4 \pm 0,2) \Omega . \quad (30)$$

## Reference

- [1] J. English: Úvod do praktické fyziky I, Matfyzpress, Praha 2006
- [2] R. Bakule, J. Šternberk: Fyzikální praktikum II - Elektřina a magnetismus, SPN, Praha