

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM II – Elektřina a magnetismus

Úloha č.: XVIII

Název: Přejchodové jevy v RLC obvodu

Pracoval: Pavel Brožek

stud. skup. 12

dne 24.10.2008

Odevzdal dne:

Hodnocení:

Připomínky:

Kapitola referátu	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0 – 3	
Výsledky měření	0 – 10	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 2	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval: dne

1 Pracovní úkol

1. Sestavte obvod podle obr. 1 a změřte pro obvod v periodickém stavu závislost doby kmitu T na velikosti zařazené kapacity. ($C = 0,5 - 10 \mu\text{F}$, $R = 20 \Omega$). Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte velikost indukčnosti L zařazené v obvodu.
2. Stanovte hodnoty aperiodizačních odporů pro deset hodnot kapacit zařazeného kondenzátoru ($1 - 10 \mu\text{F}$). I v tomto případě stanovte velikost indukčnosti L .
3. Změřte závislost relaxační doby obvodu RC na velikosti odporu nebo kapacity v obvodu. Výsledky měření zpracujte graficky a porovnejte s teoretickými.

2 Teorie

2.1 Periodický stav RLC obvodu

Proud I v sériovém RLC obvodu splňuje rovnici

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot I = 0, \quad (1)$$

kde R , L a C jsou odpor, indukčnost cívky a kapacita kondenzátoru. Jestliže využijeme počáteční podmínky $I(0) = 0$, dostaneme pro $\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2} > 0$ periodické řešení

$$I(t) = K_1 e^{-\frac{R}{2L}t} \sin\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} t\right), \quad (2)$$

kde K_1 je konstanta, kterou nepotřebujeme blíže určit. Jestliže bude $\frac{1}{LC} \gg \frac{R^2}{4L^2}$, můžeme člen $\frac{R^2}{4L^2}$ zanedbat a pak máme pro úhlovou frekvenci kmitů vztah

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (3)$$

Z něj vyjádříme indukčnost cívky

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}. \quad (4)$$

2.2 Mezně aperiodický stav RLC obvodu

Pro $\frac{1}{LC} = \frac{R^2}{4L^2}$ má rovnice (1) řešení

$$I(t) = K_2 t e^{-\frac{R}{2L}t}, \quad (5)$$

proud má tedy narozdíl od periodického řešení stále stejné znaménko. Z podmínky pro mezně aperiodický stav můžeme vyjádřit indukčnost

$$L = \frac{CR^2}{4}. \quad (6)$$

2.3 Relaxační doba RC obvodu

Proud v sériovém RC obvodu splňuje rovnici

$$\frac{dI}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot I = 0, \quad (7)$$

která má řešení

$$I(t) = K_3 e^{-\frac{1}{RC}t} = K_3 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (8)$$

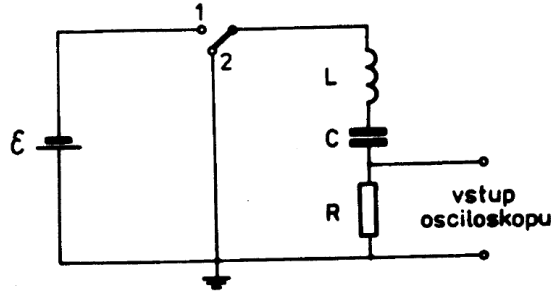
kde τ je relaxační doba. Pro τ tedy máme vztah

$$\tau = RC. \quad (9)$$

3 Výsledky měření

3.1 Periodický stav RLC obvodu

Sestavil jsem obvod podle obrázku 1.



Obrázek 1: Zapojení obvodu

Pomocí programu ISES jsem v sériovém RLC obvodu s periodickými kmity změřil pro různé kapacity, stejný odpor $R = 20 \Omega$ a stejnou cívku délku deseti period. Největší chyba měření byla pravděpodobně způsobena nepřesným odečtem hodnot času v programu, odhaduji ji na $\sigma_{10T} = 1 \cdot 10^{-3}$ s, chyba určení periody T je tedy $\sigma_T = 1 \cdot 10^{-4}$ s. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 1.

Tabulka 1: Naměřené periody kmitů

C [μF]	$10T$ [ms]	T [ms]
0,1	26	2,6
0,3	47	4,7
0,5	62	6,2
1	90	9,0
2	132	13,2
5	215	21,5

Závislost doby kmitu T na velikosti kapacity C je znázorněna v grafu 1.

Pro určení indukčnosti cívky jsem spočítal indukčnosti při použití každého kondenzátoru podle vzorce (4) a spočítal jejich aritmetický průměr.

$$L = (2,0 \pm 0,2) \text{ H} \quad (10)$$

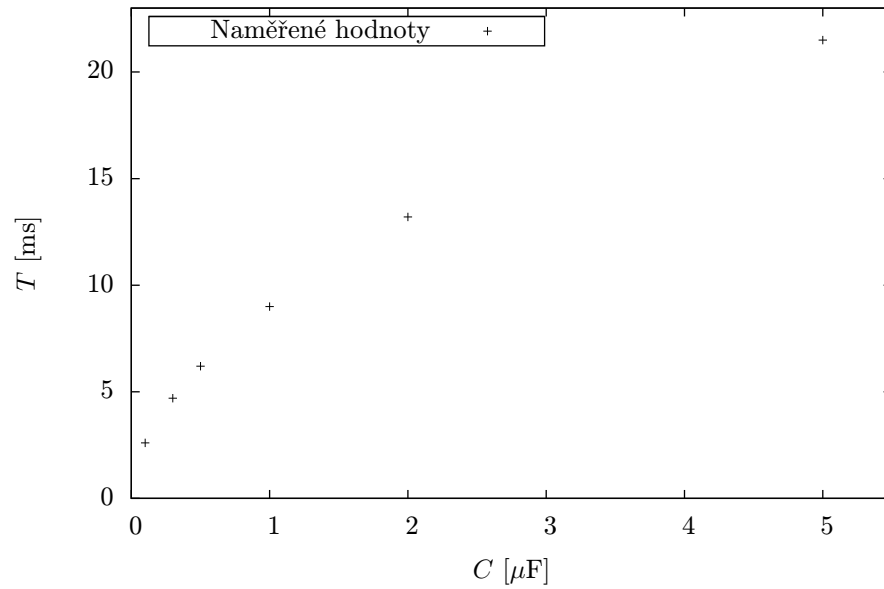
3.2 Mezně aperiodický stav RLC obvodu

Postupným zvyšováním odporu R jsem pro kondenzátory zjistil velikost odporu, při které periodický průběh přejde na průběh aperiodický. Chyba aperiodizačního odporu je odhadnuta jako šířka pásma odporů, pro které z průběhu napětí není možné spolehlivě poznat, zda se jedná o periodický nebo aperiodický průběh. Naměřené aperiodizační odpory jsou uvedeny v tabulce 2.

Ze vzorce (6) jsem pro každý kondenzátor získal indukčnost cívky, poté jsem spočítal jejich aritmetický průměr.

$$L = (1,1 \pm 0,2) \text{ H} \quad (11)$$

Graf 1: Závislost periody T na kapacitě C



Tabulka 2: Naměřené aperiodizační odpory

C [μF]	R [Ω]	σ_R [Ω]
0,5	2850	200
1	2000	200
2	1500	100
5	980	100

3.3 Relaxační doba RC obvodu

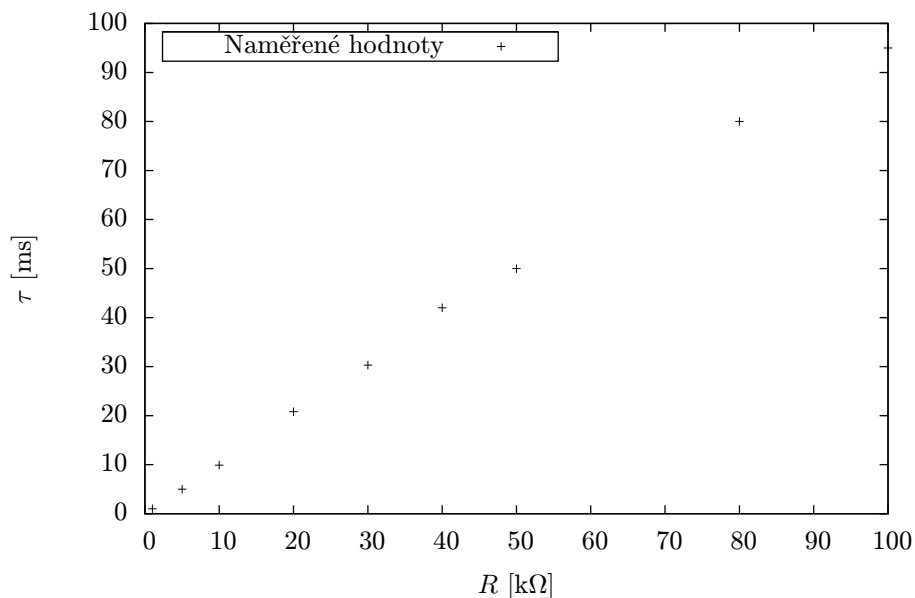
Pomocí programu ISES jsem určil hodnoty $\frac{1}{\tau}$ pro různé odpory a kapacity. Největším zdrojem chyb bylo pravděpodobně vybírání bodů z křivky v programu, podle toho jsem odhadl chyby měření. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 3.

Tabulka 3: Naměřené relaxační doby

C [μF]	R [$\text{k}\Omega$]	$\frac{1}{\tau}$ [s^{-1}]	$\sigma_{\tau^{-1}}$ [s^{-1}]	τ [ms]	σ_{τ} [ms]
0,2	50	99	2	10,1	0,2
0,5	20	100	2	10,0	0,2
1	10	101	2	9,9	0,2
2	5	98	2	10,2	0,2
5	2	98	2	10,2	0,2
1	1	980	30	1,02	0,03
1	5	201	5	5,0	0,1
1	20	48	1	20,8	0,4
1	30	33	1	30,3	0,9
1	40	24	1	42	2
1	50	20,2	0,5	50	1
1	80	12,5	0,5	80	3
1	100	10,5	0,2	95	2

Závislost relaxační doby τ na odporu R při konstantní kapacitě $C = 1 \mu\text{F}$ je znázorněna v grafu 2.

Graf 2: Závislost relaxační doby τ na odporu R při konstantní kapacitě $C = 1 \mu\text{F}$



4 Diskuse výsledků

Ukázalo se, že při určování indukčnosti cívky z periody kmitů periodického průběhu platilo $\frac{1}{LC} \gg \frac{R^2}{4L^2}$ a zanedbání členu $\frac{R^2}{4L^2}$ tedy bylo oprávněné.

Při určování aperiodizačních odporů bylo zaznamenáváno i rušení, které znesnadňovalo určení průběhu napětí. Indukčnosti určené při periodickém průběhu a mezně aperiodickém průběhu se neshodují v rámci chyby měření. Mohlo to být způsobeno podceněním chyby vzniklé rušením.

Z grafu 2 je patrné, že relaxační doba τ je přímo úměrná odporu R . Z tabulky 3 je také vidět, že při zachování součinu $RC = 10$ ms se relaxační doba τ v rámci své chyby se součinem shoduje. Potvrdila se tak teoretická závislost $\tau = RC$.

5 Závěr

Změřil jsem závislost doby kmitu T na velikosti zařazené kapacity v periodickém stavu, závislost jsem znázornil v grafu 1. Určil jsem velikost indukčnosti

$$L = (2,0 \pm 0,2) \text{ H} \quad (12)$$

Stanovil jsem hodnoty aperiodizačních odporů pro různé kapacity. Jejich velikosti jsou uvedeny v tabulce 2. Z aperiodizačních odporů a kapacit jsem určil velikost indukčnosti cívky

$$L = (1,1 \pm 0,2) \text{ H} \quad (13)$$

Nakonec jsem změřil závislost relaxační doby obvodu RC na velikosti odporu, závislost je znázorněna v grafu 2. Bylo ověřeno, že se teoretické výsledky shodují s naměřenými hodnotami.

Reference

- [1] J. English: Úvod do praktické fyziky I, Matfyzpress, Praha 2006
- [2] R. Bakule, J. Šternberk: Fyzikální praktikum II - Elektřina a magnetismus, SPN, Praha