

Pokud kondenzátor má nezanedbatelnou vodivost ($\cos \varphi \neq 0$), museli bychom vyhodnotit jeho odpor a kapacitu pro sériové (R_s, C_s) či paralelní (R_p, C_p) náhradní zapojení. Z rovnic (15) a (16) plyne pro sériové zapojení

$$C_s = \frac{1}{\omega} \frac{I}{U} \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}{\operatorname{tg}^2 \varphi}} \quad (27)$$

$$R_s = \frac{U}{I} \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} \quad (28)$$

Pro paralelní zapojení kapacity a odporu plyne z rovnic (24) a (25)

$$C_p = \frac{1}{\omega} \frac{I}{U} \sqrt{\frac{\operatorname{tg}^2 \varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} \quad (29)$$

$$R_p = \frac{U}{I} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} \quad (30)$$

Literatura

- 1 Brož J. a kol.: Základy fyzikálních měření, I, SPN, Praha 1983
čl. 4.1.2.4, 4.4.4.1, 4.4.6.1, 4.4.7.1, stať 4.4.2
- 2 Sedlák B., Bakule R.: Elektřina a magnetismus
SPN, Praha 1973, II.vyd. 1980, III.vyd. 1986

7. MĚŘENÍ INDUKČNOSTI A KAPACITY METODOU PŘÍMOU

Pracovní úkol

1. Změřte závislost indukčnosti cívky na procházejícím proudu pro tyto případy:
 - a) cívka bez jádra
 - b) cívka s otevřeným jádrem
 - c) cívka s uzavřeným jádrem
2. Přímoou metodou změřte i odpor cívky a určete její kvalitu
3. Změřte velikost kapacit kondenzátorů z kapacitní dekády
4. Odhadněte přesnost měření. Výsledky měření úkolu 1c) zakreslete do grafu

Úvod

Tato úloha je jednou z těch, které jsou věnovány problematice měření v obvodech se střídavým proudem. Je v podstatě zjednodušenou variantou předchozí úlohy. Vaším úkolem bude z naměřeného napětí a proudu vyhodnotit velikost impedance cívky a kondenzátoru. Protože na rozdíl od úlohy č.6 neměříte výkon spotřebovaný v obvodu, nelze vždy vyhodnotit fázový posuv proudu a napětí. Vztahy popisující poměry v obvodech střídavého proudu jsme uváděli již u úlohy č.6, zde se proto omezíme na stručnější výklad. Doplnit znalosti si můžete též v 9. kapitole skript [2].

Impedance cívky

Procházej-li elektrický proud harmonického průběhu (v komplexní symbolice $i^* = i_0 \exp \{j \omega t\}$) cívku, jejíž indukčnost je L , bude okamžitá hodnota napětí na této indukčnosti

$$u^* = L \frac{di^*}{dt} = j \omega L i^* \quad (1)$$

za předpokladu, že odpor cívky je nulový. V rovnici (1) přitom znamená t čas, j imaginární jednotku a ω kruhovou frekvenci ($\omega = 2 \pi f$). Výraz ωL se nazývá induktancí cívky a má rozměr ohm (Ω). Jednotkou indukčnosti je henry (H). Jednotkovou indukčnost má vodič, v němž se indukuje elektromotorické napětí jednoho voltu, jestliže se protékající proud mění rovnoměrně o jeden ampér za jednu sekundu.

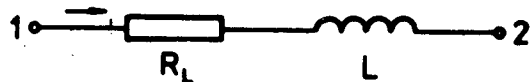
Napětí na indukčnosti je u cívky, v níž nedochází k přeměně elektrické energie v tepelnou, posunuto vůči proudu o $\pi/2$. V rovnici (1) je tento posuv matematicky vyjádřen násobením imaginární jednotkou j . V každé reálné cívce dochází ke ztrátám elektrické energie. Tyto ztráty mohou být způsobeny buď odporem vinutí cívky, nebo k nim může docházet v materiálu, z něhož je vyrobeno jádro cívky. Chování reálné cívky pak můžeme vystihnout náhradním schématem daným sériovým řazením odporu R a indukčnosti L (obr.1). Napětí mezi body 1 a 2 na obr.1 bude rovno součtu napětí na odporu R a indukčnosti L . V komplexní symbolice můžeme psát

$$u^* = R_L i^* + j \omega L i^* = (R + j \omega L) i^* \quad (2)$$

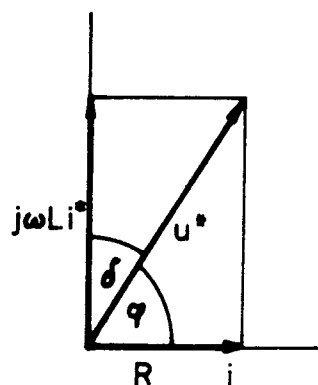
Napětí u^* bude posunuto vůči proudu i^* o úhel φ , který nazveme fázovým posuvem.

Amplitudové a fázové poměry v obvodu podle obr.1 jsou schematicky znázorněny na obr.2. Tangenta fázového posuvu φ je rovna (viz též rovnice (14) úlohy 6)

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R_L} = Q \quad (3)$$



Obr. 1



Obr. 2

Veličina $\operatorname{tg} \varphi$ se nazývá činitel jakosti cívky $Q = \operatorname{tg} \varphi$. Při dané indukčnosti je kvalita cívky tím větší, čím menší je její odpor. Veličinou Q se hodnotí kvalita cívky. Běžně je $Q = 10$ až 100 .

Impedance cívky je dána komplexním výrazem $Z^* = R_L + j \omega L$. Její velikost je rovna

$$Z = |Z^*| = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \quad (4)$$

Impedance kondenzátoru

Je-li ke kondenzátoru o kapacitě C přiloženo napětí harmonického průběhu $u^* = u_0 \exp \{-j \omega t\}$, bude posuvný proud i_p^* tekoucí kondenzátorem roven

$$i_p^* = j \omega C u^* \quad (5)$$

Zároveň s posuvným proudem však prochází reálným kondenzátorem i vodivostní proud i_v^* (viz obr.3)

$$i_v^* = \frac{u^*}{R} \quad (6)$$

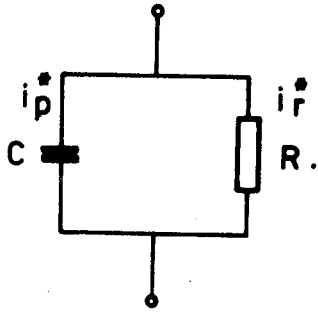
závislý na odporu R kondenzátoru. Celkový proud i^* kondenzátorem bude roven

$$i^* = i_p^* + i_v^* = \left(j \omega C + \frac{1}{R} \right) u^* \quad (7)$$

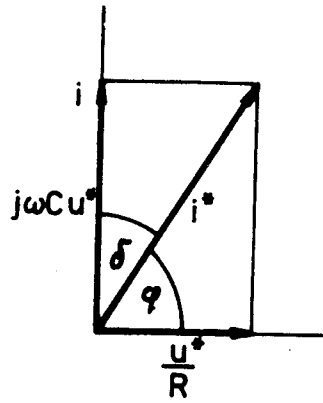
a bude posunut vůči přiloženému napětí o úhel φ . Tangenta tohoto úhlu bude rovna

$$\operatorname{tg} \varphi = \omega R C$$

Předchozí vztah plyne z rovnice (7) a je obdobný vztahu (25) z úlohy č.6.



Obr. 3



Obr. 4

Kvalita kondenzátoru se hodnotí zpravidla ztrátovým činitelem, což je tangenta úhlu δ , doplňkového k fázovému posuvu φ proudu vůči napětí ($\varphi + \delta = \pi/2$) (viz obr.4). Ztrátový činitel je tedy roven reciproké hodnotě $\text{tg } \varphi$ (činitele jakosti)

$$\text{tg } \delta = \frac{1}{\omega R C} \quad (8)$$

Kondenzátor je tím kvalitnější, čím je jeho ztrátový činitel menší, což znamená, čím je při dané kapacitě větší impedance kondenzátoru. S výjimkou elektrolytických kondenzátorů je při síťové frekvenci 50 Hz ztrátový činitel běžných kondenzátorů menší než 10^{-3} . Znamená to, že $\{R\} > 30 / \{C\}$.

Z rovnice (7) plyne, že impedance paralelního zapojení (obr.3) odporu a kapacity je rovna (srovnej s výrazem (24) úlohy 6 pro admitanci)

$$Z^* = \left(\frac{1}{R} + j \omega C \right)^{-1} \quad (9)$$

Velikost impedance bude rovna

$$Z = |Z^*| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2}} \quad (10)$$

Měření indukčnosti

Poměr efektivních hodnot napětí a proudu je roven velikosti impedance

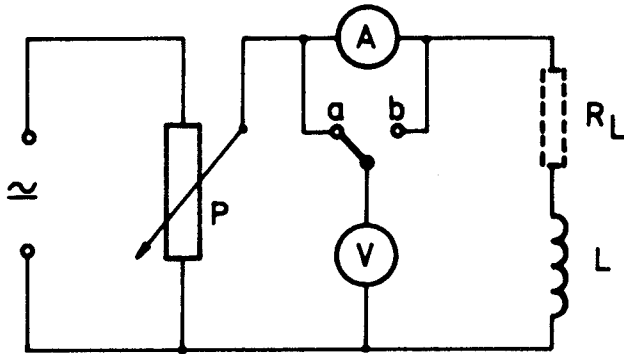
$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \quad (11)$$

Změříme-li proud protékající cívkou a napětí na ní, určíme hledanou indukčnost ze vztahu

$$L = \frac{\sqrt{U^2 / I^2 - R^2}}{2 \pi f} \quad , \quad (12)$$

ve kterém f je frekvence.

Měření provádíme v zapojení podle obr.5 .



Obr. 5

Obvod připojíme buď ke zdroji stejnosměrného nebo střídavého napětí. S obvodem napájeným stejnosměrným napětím změříme odpor R cívky, který, jak plyne z rovnice (11) pro $\omega = 0$, bude roven poměru napětí U a proudu I . Toto měření provádíme pouze pro cívku bez jádra. Protože odpor cívky je řádově $10^0 \Omega$, zapojujeme voltmetr za ampermetr (poloha klíče b).

Je vhodné použít napětí $6 \text{ V} =$

U cívky s jádrem se uplatňují i ztráty v jádře, které při měření touto metodou nedokážeme určit. Při vyhodnocení indukčnosti k těmto ztrátám nepřihrázíme.

Další měření provedeme se střídavým napětím. Napětí pro obvod odebíráme z rozvodné sítě 120 V , 50 Hz , nebo při malých proudech cívku transformujeme napětí $220 \text{ V} \sim$ transformátorem $220 \text{ V} / 6,3 \text{ V}$. Napětí v obvodu pak je pouze $6,3 \text{ V} \sim$ a snadněji můžeme potenciometrem P nastavit menší hodnoty proudu. Zapojení s napájením obvodu z transformátoru je zakresleno na obr.6 pro případ měření kapacity.

Měření indukčnosti provádíme ve všech případech pro několik hodnot proudů. Doporučený proudový rozsah je u cívky bez jádra $0,1 \text{ A}$ až $0,5 \text{ A}$, pro cívku s jádrem od $0,05 \text{ A}$ až $0,25 \text{ A}$. U cívky s uzavřeným jádrem je možno při pečlivém měření zjistit závislost indukčnosti na proudu procházejícím cívku. Změny indukčnosti jsou způsobeny závislostí permeability jádra na velikosti magnetické indukce v jádře.

Přesnost měření nebude ovlivněna vnitřním odporem přístrojů, pokud (při zapojení podle obr.5) bude vnitřní odpor voltmetru R_V splňovat podmínku

$$R_V \gg \frac{U}{I} \quad , \quad (\text{poloha } b) \quad ,$$

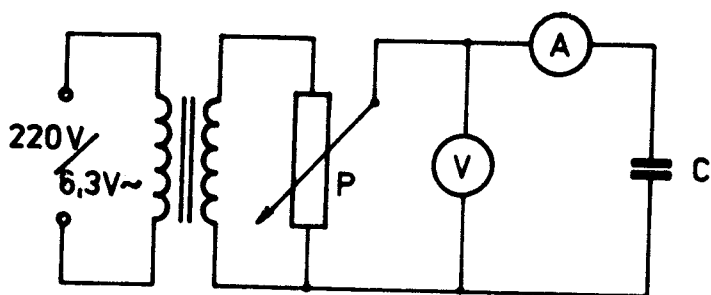
nebo vnitřní odpor R_A ampérmetru bude

$$R_A \ll \frac{U}{I} \quad (\text{poloha } a) \quad .$$

Splnění nerovností pokládáme za uspokojující, pokud pravá a levá strana se liší alespoň stokrát. Není-li tomu tak, provedeme korekci na vnitřní odpor tak, jak je vysvětleno v úloze č.2 .

Měření kapacity

Měření provedeme v zapojení podle obr.6 .



Obr. 6

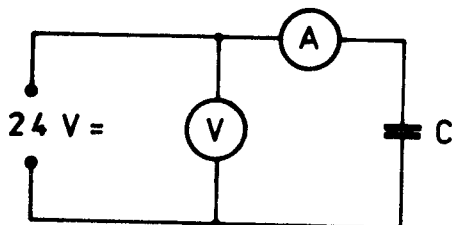
Z bezpečnostních důvodů, jelikož u měřené kapacity (kolíčkové dekády) jsou propojovací lišty nechráněny vůči dotyku měřícího, měříme s napětím pouze $6,3 \text{ V} \sim$ z transformátoru. Přesnost měření by bylo možno sice zvýšit při použití vyššího napětí, ovšem při daném uspořádání

by to bylo nebezpečné. Zanedbáme-li vliv odporu kondenzátoru $R \gg (\omega C)^{-1}$, je možno kapacitu určit ze vztahu

$$C = I / (2\pi f U) \quad , \quad (13)$$

v němž je I efektivní hodnota proudu, U efektivní hodnota napětí a f frekvence.

Odpor měřených kondenzátorů je řádově $10^6 \Omega$ a více. Zapojujeme proto vždy voltmetr před ampérmetr, jak je zakresleno na obr.6. Odpor kondenzátoru můžeme přibližně změřit, připojíme-li obvod s voltmetrem a kondenzátorem ke zdroji stejnosměrného napětí (viz obr.7). Odpor R je pak roven poměru napětí a proudu ($R = U / I$). Pro měření proudu použijeme citlivější z obou měřících přístrojů.



Obr. 7

Literatura

- [1] Brož J. a kol.: Základy fyzikálních měření I, SPN, Praha 1983
čl. 4.4.6.1, 4.4.6.2, 4.4.7.1, 4.4.7.2
- [2] Sedlák B, Bakule R.: Elektřina a magnetismus, SPN, Praha 1973
II. vyd. 1980, III. vyd. 1986