

### 30. PŘECHODOVÉ JEVY V SÉRIOVÉM RLC OBVODU

#### Pracovní úkol

1. Sestavte obvod podle obr.1 a změřte pro obvod v periodickém stavu závislost doby kmitu na velikosti zařazené kapacity. Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte velikost indukčnosti zařazené v obvodu. (Doporučené hodnoty : cívka s 600 závitů na uzavřeném jádře,  $C = 0,01 \mu\text{F}$  až  $10 \mu\text{F}$ ,  $R = 100 \Omega$  až  $1 \Omega$ , citlivost  $100 \text{ mV}$ ).
2. Stanovte hodnoty aperiodizačních odporů pro několik hodnot kapacit zařazeného kondenzátoru.
3. Změřte závislost logaritmického dekrementu na velikosti odporu při konstantní kapacitě v obvodu a porovnejte naměřené hodnoty s vypočítanými podle vztahu (9). Výsledky měření zpracujte graficky a vysvětlete příčiny rozdílu teoretických a experimentálních hodnot.
4. Změřte závislost relaxační doby obvodu  $RC$  na velikosti odporu nebo kapacity v obvodu. Výsledky měření zpracujte graficky a porovnejte s teoretickými.

#### Poznámka

Počet pracovních úkolů je větší než stačí změřit. Vyberte si proto měření úměrně vašim schopnostem, podle vlastního zájmu nebo podle pokynů učitele.

#### Tlumené kmity

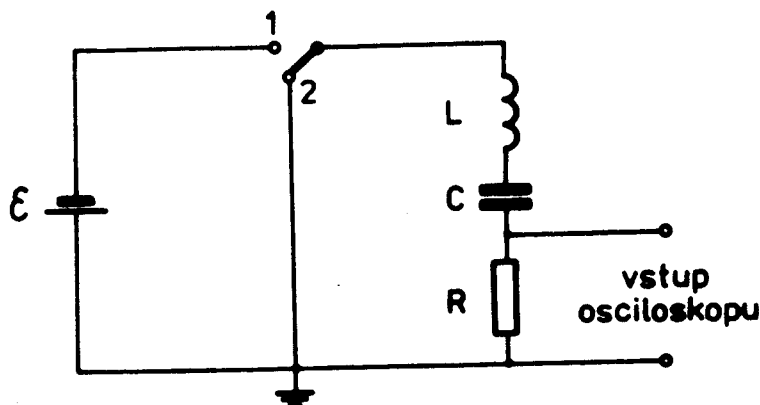
Diferenciální rovnice tvaru :

$$a \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + cx = 0 \quad (1)$$

popisuje systém, který vykonává volné tlumené kmity, pokud  $a$ ,  $b$ ,  $c$  jsou konstanty,  $t$  čas a  $x$  proměnná. V přednáškách jste se s touto rovnicí seznámili v mechanice [1] i v elektřině [2]. Rovnice tohoto typu popisuje i pohyb systému většiny analogových měřících přístrojů, jimiž měříme např. elektrické či magnetické veličiny [3]. Jedná se o důležitou rovnici matematické fyziky, která je aplikovatelná na řadu fyzikálních problémů. Proto jsme zařadili do fyzikálních praktik úlohu, v níž se seznámíte s časovým průběhem proudu v sériovém RLC obvodu po zapnutí nebo vypnutí stejnosměrného zdroje. Obvod, s nímž měření provádíme, je zakreslen na obr.1.

Podle II. Kirchhofova zákona je součet napětí na jednotlivých prvcích obvodu roven přivedenému napětí

$$L \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \int I dt + RI = \epsilon \quad (2)$$



Obr. 1

Derivujeme-li tuto rovnici podle času  $t$ , dostaneme rovnici (4,133) ze skript [2]. Pokud napětí přivedené k obvodu se změní skokem v čase  $t = 0$  z nulové hodnoty na napětí zdroje  $\epsilon$  (nebo opačně), bude mít rovnice pro  $t \neq 0$  tvar shodný se (4,140) ve [2] a formálně shodný s rovnicí (1). Pro náš obvod bude  $a = L$ ,  $b = 1/C$  a  $c = R$ . Popisuje-li rovnice (1) pohyb mechanického systému, mají veličiny  $a, b, c$  pochopitelně jiný význam (srovnej s (4,70) v [1] nebo (1,4) kap. 4 v [3]), řešení jsou však analogická. Seznámili jste se s nimi v citované literatuře. Zopakujme zde stručně výsledky z kap. 11.2 skript [2].

- a) Je-li  $1/LC > R^2/(2L)^2$ , získáme periodické řešení, při němž průběh proudu popisuje vztah (viz (11,29) ve [2]).

$$I(t) = \frac{\epsilon}{BL} \exp\{-At\} \sin Bt, \quad (3)$$

znamená-li  $A = R/2L$ ,  $B^2 = 1/LC - A^2$ . Při zapnutí a vypnutí se mění pouze polarita proudu, průběh zůstává stejný.

- b) Je-li  $A^2 = (R/2L)^2 = 1/LC$ , mluvíme o mezně aperiodickém stavu. S časem se nemění směr proudu, pouze jeho velikost a to podle vztahu (viz (11,31) ve [2]).

$$I(t) = \frac{\epsilon}{L} t \exp\{-At\}. \quad (4)$$

- c) Je-li  $A^2 = (R/2L)^2 > 1/LC$  mluvíme o aperiodickém stavu. Průběh proudu je podobný průběhu v mezně aperiodickém stavu. Dosáhne však rychleji maxima a naopak pomaleji klesá k nulové hodnotě. Popisuje jej vztah

$$I(t) = \frac{\epsilon}{BL} \exp\{-At\} \sinh\{Bt\}, \quad (5)$$

$$\text{kde } B^2 = \frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}$$

Při periodickém řešení odpovídá veličina  $B$  kruhové frekvenci kmitů. Pro dobu kmitu  $T$  proto platí

$$T = 2\pi / \sqrt{(LC)^{-1} - R^2 / 4L^2} \quad (6)$$

Pokud je  $R^2/4L^2 \ll (LC)^{-1}$  je doba kmitu prakticky konstantní a přibližně rovná době kmitu netlumených kmitů. Zvětšuje-li se tlumení, hodnota  $R$  se blíží k hodnotě aperiodizačního odporu  $R_{ap}$ , doba kmitu se prodlužuje a v mezně aperiodickém stavu by teoreticky vzrostla nade všechny meze. Hodnota aperiodizačního odporu je rovna

$$R = 2 \sqrt{L/C} \quad (7)$$

V aperiodickém stavu dosáhne proud maxima a pak se monotonně zmenšuje a nepřekmitne přes nulovou hodnotu. Dobu, v níž dosáhne proud maxima, určíme jako dobu, při níž má extrém funkce (5). Platí

$$T_{\max} = \frac{\ln \{(A-B) / (A+B)\}}{2B} \quad (8)$$

S rostoucím tlumením (rostoucím  $R$ ) se doba  $T_{\max}$  zkracuje, avšak proud se pomaleji vrací k nulové hodnotě.

Při periodickém ději můžeme z hodnot dvou po sobě následujících amplitud určit logaritmický dekrement  $D$ . Platí

$$D = \ln (I(t) / I(t+T)) = \ln \left\{ \frac{e^{-At}}{e^{-A(t+T)}} \right\} = AT \quad (9)$$

Veličina  $\lambda = \exp D$  se nazývá útlum.

Pokud by v obvodu nebyla zařazena buď indukčnost  $L$  nebo kapacita  $C$ , mění se proud v obvodu s časem úměrně funkci  $\exp \{-t / \tau\}$ . Podrobné řešení přechodových jevů po zapnutí či vypnutí napětí v obvodu  $RL$  či  $RC$  je uvedeno např. ve [2]. Veličina  $\tau$  se nazývá relaxační doba a je rovna


$$\begin{aligned} \tau &= RC && \text{pro obvod s kapacitou} \\ \tau &= L/R && \text{pro obvod s indukčností} \end{aligned} \quad (10)$$

### Pokyny pro měření



Obvod zapojíme podle obr.1. Měříme napětí  $U$  na odporu  $R$ , takže proud obvodem zjistíme jako poměr  $U/R = I$ . Je nutno si uvědomit, že zmenšujeme-li odpor  $R$ , bude se zmenšovat i napětí  $U$  a úměrně budeme muset zvětšovat citlivost osciloskopu tak, aby zaznamenaná stopa pokryla co největší část obrazovky.

Zapneme síťové vypínače  $TV$ , převodníku a počítače, program se nahraje a spustí sám. Na převodníku nastavíme požadovanou citlivost (citlivost je udávána jako napětí na celý rozsah - např. 100 mV znamená rozsah  $\pm 100$  mV

na celou obrazovku, tj. v digitální formě -127 až +128) a stejnosměrný vstup. Připojíme signál ke vstupním zdíčkám převodníku.

Po startu pracuje osciloskop v nepaměťovém režimu, o čemž se přesvědčíme tím, že lze nastavovat spouštěcí úroveň, její polaritu a vzorkovací periodu měření. Nastavíme vhodně spouštění, časovou základnu a citlivost a přepneme do paměťového režimu . Osciloskop začne měřit a tato činnost se přeruší pouze po splnění spouštěcí podmínky (viz pozn.).

To by mělo nastat po přepnutí klíče ve studovaném obvodu. Toto se projeví znázorněním průběhu signálu na obrazovce.

Po proměření průběhu signálu ukončíme prohlížení a odstartujeme další měření klávesou , nebo je možné klávesou  přepnout osciloskop do nepaměťového režimu.

Ke zpracování naměřených výsledků lze užít program „Regresní analýza“ ve výpočetní laboratoři.

### Ovládací prvky osciloskopu



#### 1. převodník

- síťový vypínač
- vstupní zdíčky
- otočný přepínač citlivosti ( $\pm 100$  mV až  $\pm 40$  V na celý rozsah)
- přepínání stejnosměrného (DC) nebo střídavého (AC) vstupu

#### 2. funkce ovládané z klávesnice mikropočítače

(v závorce je uvedena indikace dané funkce)



##### a) nepaměťový režim

nastavení spouštěcí úrovně - nahoru   
- dolů 

(poloha značky „ — — “)

cyklické přepínání polarity spouštění „ mezera “

(poloha označení „tn“ vůči „ — — “)



nastavení vzorkovací frekvence (časové základny) - prodloužení   
- zkrácení 



(index tn - viz tab. 1)


přepnutí do paměťového režimu - 


##### b) paměťový režim


(funkce jsou aktivní až po ukončení vlastního měření - viz pozn.)

pohyb kurzoru - dopředu   
- dozadu 

pohyb zobrazované části paměti - dopředu   
- dozadu 

cyklické zapnutí a vypnutí diferenčního kurzoru - 

ukončení prohlížení a start nového měření - 

přepnutí do nepaměťového režimu - 

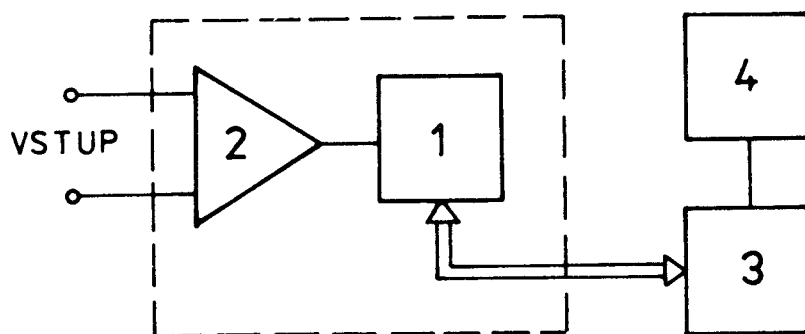
Poznámka : Nastavíme-li při paměťovém režimu chybně spouštěcí úroveň, takže nemůže dojít ke splnění podmínek nutných ke spuštění, přerušíme měřicí cyklus např. přepnutím rozsahu převodníku, nebo resetováním počítače.

Tabulka 1 :

označení	vzorkovací perioda
t 1	30 $\mu$ s
t 2	50 $\mu$ s
t 3	100 $\mu$ s
t 4	200 $\mu$ s
t 5	500 $\mu$ s
t 6	1 ms
t 7	2 ms

### Popis funkce osciloskopu

Místo klasického paměťového osciloskopu budeme používat digitální paměťový osciloskop, skládající se z rychlého analogově-digitálního převodníku s nastavitelným vstupním zesilovačem a z mikropočítače PMD-85 s monitorem. (viz obr.2)



Obr. 2

- 1 - analogově digitální převodník ( A/D C )
- 2 - vstupní zesilovač
- 3 - mikropočítač PMD-85
- 4 - TV

Tento osciloskop pracuje následovně.

Vhodně zesílený napěťový signál je analogově-digitálním převodníkem převeden na odpovídající číslicovou hodnotu (je digitalizován), která může být v rozsahu -127 až +128, čímž je dána chyba převodníku, která je  $\pm 1$ . V průběhu měření mikropočítač v určitých časových periodách  $t_1 \div t_7$

(tj.  $30 \mu\text{s} - 2 \text{ ms}$ ) (viz tab.1) dává převodníku povel k měření, naměřenou hodnotu přečte a uloží k dalšímu zpracování. To se liší podle nastaveného režimu práce.

V nepaměťovém režimu osciloskop nejprve počká na dosažení spouštěcí podmínky. Ta je splněna, je-li signál větší (při nastavení  $t_n$ ) resp. menší ( $\bar{t}_n$ ), než nastavená spouštěcí hladina (hladina se nastavuje klávesou  $\boxed{K0}$  a  $\boxed{1}$ , polarita klávesou „mezera“ a její velikost je indikována polohou značky „--“ na levém okraji obrazovky). Potom provede 256 měření v intervalech určených nastavením časové základny (klávesami  $\boxed{Q}$  a  $\boxed{A}$ ,  $t_1 \div t_7$  znamená časy  $30 \mu\text{s} - 2 \text{ ms}$  podle tab.1) a naměřené hodnoty zobrazí na obrazovce, kde zůstanou až do dalšího splnění spouštěcí podmínky. V době, kdy neprobíhá vlastní měření, je možné nastavovat úroveň a polaritu spouštění a velikost časové základny. Také lze přepnout osciloskop do paměťového režimu klávesou  $\boxed{\uparrow}$ .

V paměťovém režimu probíhá nepřetržitě odečítání naměřených hodnot v taktu  $t_n$  a jejich cyklický záznam do 4 096 paměťových buněk v paměti počítače. Zároveň se testuje splnění spouštěcí relace. Od okamžiku jejího splnění dojde k naměření ještě 3 840 vzorků, pak se měření ukončí a část výsledku se zobrazí. Na obrazovce se zpočátku znázorní časový úsek 256 vzorkovacích period  $t_n$ , počínaje okamžikem  $50 t_n$  před spuštěním. Nyní lze prohlížet a odečítat všechny naměřené hodnoty. Provádí se to dvěma způsoby. Pohybem zobrazované části paměti („okna“) můžeme prohlédnout celý zachycený průběh signálu (klávesy  $\boxed{\rightarrow}$   $\boxed{\leftarrow}$ ). Velikost signálu odečítáme pomocí kurzoru (krátké svislé čárky), kterým můžeme pohybovat klávesami  $\boxed{\leftarrow}$  a  $\boxed{\rightarrow}$ , a jehož polohu (a tím i velikost signálu v daném místě) udává levé číslo v pravém horním rohu obrazovky (pravé číslo udává časovou souřadnici v násobcích periody  $t_n$ ). Nastavenému rozsahu na převodníku (např.  $\pm 1 \text{ V}$ ) odpovídá rozsah  $-127$  až  $+128$ .

Pro měření relativních vzdáleností lze použít diferenční kurzor. Stiskem klávesy  $\boxed{\diagdown}$  zastavíme kurzor a dále pohybuje diferenčním kurzorem (opět klávesami  $\boxed{\leftarrow}$  a  $\boxed{\rightarrow}$ ). Dolní dvojice čísel v pravém horním rohu obrazovky nám nyní udává hodnotu signálu v místě diferenčního kurzoru a jeho časovou vzdálenost od polohy kurzoru. Opětovným stiskem  $\boxed{\diagdown}$  nebo pohybem „okna“ se obnoví původní funkce kurzoru.

Prohlížení naměřených hodnot ukončíme klávesou  $\boxed{\text{END}}$ , což odstartuje další měření, nebo přechodem do nepaměťového režimu  $\boxed{\uparrow}$ , chceme-li např. nastavit jinou spouštěcí úroveň nebo vzorkovací periodu, což v paměťovém režimu nelze.

Přehledná tabulka s vyznačenými ovládacími povely a vzorkovacími periodami je vyvěšena u úlohy.