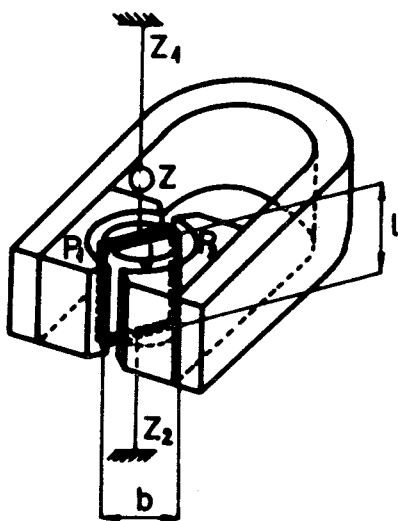


# 1. MĚŘENÍ ZÁKLADNÍCH PARAMETRŮ GALVANOMETRU

## Pracovní úkol

1. Stanovte aperiodizační odpor  $R_{ap}$  galvanometru.
2. Stanovte vnitřní odpor  $R_i$  galvanometru.
3. Stanovte proudovou a napěťovou citlivost galvanometru při  $R_z = R_{ap}$ .
4. Určete největší možnou chybu měření aperiodizačního odporu, vnitřního odporu a citlivosti galvanometru.
5. Proveďte přecejchování ručkového měřicího přístroje.
6. Výsledky měření zpracujte do cejchovní tabulky a zakreslete korekční křivku. Rozhodněte, zda měřicí přístroj dosud vyhovuje třídě přesnosti stanovené výrobcem.

## Galvanometr s otočnou cívkou



Obr. 1

Pro měření malých stejnosměrných proudů, případně napětí, lze použít galvanometrů s otočnou cívkou. Na obr. 1. je schematicky znázorněn příklad konstrukce galvanometru. Mezi póly  $P_1$ ,  $P_2$  permanentního magnetu je umístěno pevné válcové jádro  $J$  z měkkého železa. Vhodným tvarem vzduchové mezery mezi jádrem a póly magnetu je vytvořeno radiální magnetické pole o konstantní indukci  $B$ . V mezeře se otáčí cívka pevně spojená se zrcátkem  $Z$ , která je zavěšena na tenkých pružných vláčkách  $Z_1$ ,  $Z_2$ . Aby se zabránilo jejich poškození při manipulaci s galvanometrem, je cívka fixována aretačním zařízením, které není na obrázku zakresleno. Před měřením je nutno aretaci uvolnit.

## Pohybová rovnice systému

Příslušná pohybová rovnice systému galvanometru má tvar

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + K_b \frac{d\alpha}{dt} + K_d \alpha = K_s I . \quad (1)$$

Její odvození je uvedeno v článku 4.1.2.1 knihy 1. Označili jsme zde  $\alpha$  výchylku galvanometru,  $t$  čas,  $J$  moment setrvačnosti. Veličina  $K_d$  charakterizuje mechanické vlastnosti závěsného vlákna,  $K_b$  tlumení pohybu systému a  $K_s$  silový moment, který působí na cívku při průchodu proudem. U přístrojů s otočnou cívkou je veličina  $K_s$  určena magnetickou indukcí  $B$  v místě cívky, plochou  $S$  cívky a počtem jejích závitů  $N$ . Platí, že

$$K_s = B S N . \quad (2)$$

Pokud je tlumení pohybu cívky určeno pouze indukovaným proudem, je veličina  $K_b$  rovna

$$K_b = K_s^2 / R \quad (3)$$

Zde znamená  $R$  celkový odpor obvodu galvanometru, který je roven součtu vnitřního  $R_i$  a vnějšího  $R_e$  odporu

$$R = R_i + R_e \quad (4)$$

Pohybová rovnice (1) je diferenciální rovnicí druhého řádu s konstantními koeficienty. S tímto typem rovnice jste se setkali při výkladu o harmonických kmitcích při přednášce z mechaniky. Řešení této rovnice je periodické nebo aperiodické, podle toho, je-li diskriminant  $D$  charakteristická rovnice

$$J \lambda^2 + K_b \lambda + K_d = 0 \quad (5)$$

záporný nebo kladný.

Přihlédneme-li k rovnici (3) bude diskriminant  $D = K_b^2 - 4 J K_d < 0$  pokud

$$R > \frac{K_s^2}{\sqrt{4 J K_d}} \quad (6)$$

Řešení rovnice (1) bude v tomto případě popisovat tlumený harmonický pohyb. Je-li naopak

$$R < \frac{K_s^2}{\sqrt{4 J K_d}} \quad (7)$$

bude řešení odpovídat přetlumenému aperiodickému pohybu, ve kterém se výchylka systému bude blížit k rovnovážné hodnotě, aniž by ji překmitla.

V mezním případě bude platit

$$R = \frac{K_s^2}{\sqrt{4 J K_d}} \quad (8)$$

a systém se bude pohybovat nejrychleji k rovnovážnému stavu a právě ho nepřekmitne. Tento stav se nazývá mezně aperiodickým.

Veličiny  $K_s$ ,  $K_d$ ,  $J$  jsou dány konstrukcí systému a bez zásahu do ní je nelze ovlivnit. Právě tak nemůžeme ovlivnit vnitřní odpor  $R_i$  přístroje. Periodický či aperiodický stav galvanometru můžeme nastavit volbou odporu vnějšího obvodu  $R_e$  (viz(4)). Odpor  $R_e$  spolu s vnitřním odporem  $R_i$  určuje celkový odpor  $R$  vystupující v podmínkách (6) až (8). Odpor  $R_e = R_{ap}$ , který vyhovuje podmínce  $R_{ap} + R_i = K_s^2 / \sqrt{4 J K_d}$  nazýváme aperiodizačním odporem. Pro  $R_e > R_{ap}$  bude systém v periodickém stavu, pro  $R_e \leq R_{ap}$  bude v aperiodickém stavu.

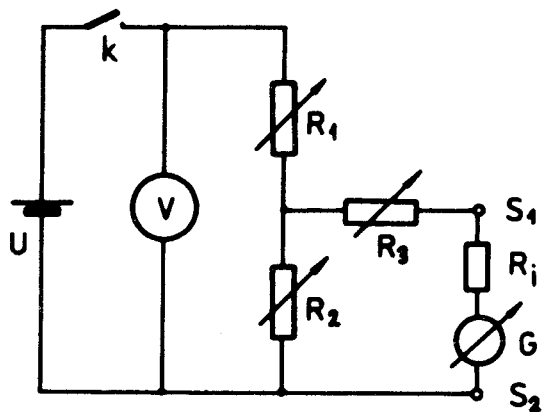
Z rovnice (1) plyne pro rovnovážnou výchylku při proudu  $I$  tekoucím galvanometrem

$$\alpha = \frac{K_s}{K_d} I \quad (9)$$

Platí tedy přímá úměrnost mezi proudem tekoucím cívkou systému a úhlem pootočen systému.

### Měřicí obvod

Všechna měření provádíme v zapojení podle obr.2, na kterém jako  $S_1$  a  $S_2$  jsou vyznačeny svorky galvanometru a  $R_i$  je jeho vnitřní odpor. Rezistory  $R_1$ ,  $R_2$  a  $R_3$  jsou proměnné dekádové rezistory, přičemž na rezistoru  $R_2$  nastavujeme řádově  $1\Omega$ , na rezistoru  $R_1$  řádově  $10\text{ k}\Omega$ , odpor  $R_3$  měníme podle potřeby v rozmezí  $0$  až  $10^4\Omega$ . Změnou poměru odporů  $R_1$ ,  $R_2$  nastavujeme výchylku galvanometru. Napětí zdroje  $U$  volíme přibližně  $1\text{ V}$ .



Obr. 2

### Měření aperiodizačního odporu

Volbou velikosti odporů  $R_1$  a  $R_2$  při zapnutém klíči  $k$  nastavíme vhodnou výchylku galvanometru (asi  $100\text{ mm}$  na stupnici). Při vypnutí klíče  $k$  sledujeme pohyb galvanometru v okolí rovnovážné polohy  $n_r$ , resp. v okolí nulové polohy  $n_c$ . Postupnou změnou velikosti odporu  $R_3$  nastavíme takový stav v obvodu, aby překmit značky na stupnici přes rovnovážnou polohu byl právě neznamenný. Bude-li odpor  $R_2 \ll R_3$ , bude při tomto nastavení  $R_3 = R_{ap}$ .

### Měření vnitřního odporu

Vnitřní odpor galvanometru je znázorněn odporem  $R_i$  na obr.2. Děličem rezistorů  $R_1$ ,  $R_2$  opatrně zvyšujeme napětí, až galvanometr ukazuje zřetelnou výchylku (např.  $100\text{ mm}$ ) při odporu  $R_3 = 0$ . Potom zvyšujeme pouze odpor  $R_3$  až výchylka galvanometru klesne na polovinu ( $50\text{ mm}$ ). Je-li vnitřní odpor dělí  $R_1$ ,  $R_2$  zanedbatelný (tj. odpor paralelní kombinace  $R_1$ ,  $R_2$ , je mnohem menší než  $R_3$ ), je pak  $R_i = R_3$ .

### Měření citlivosti

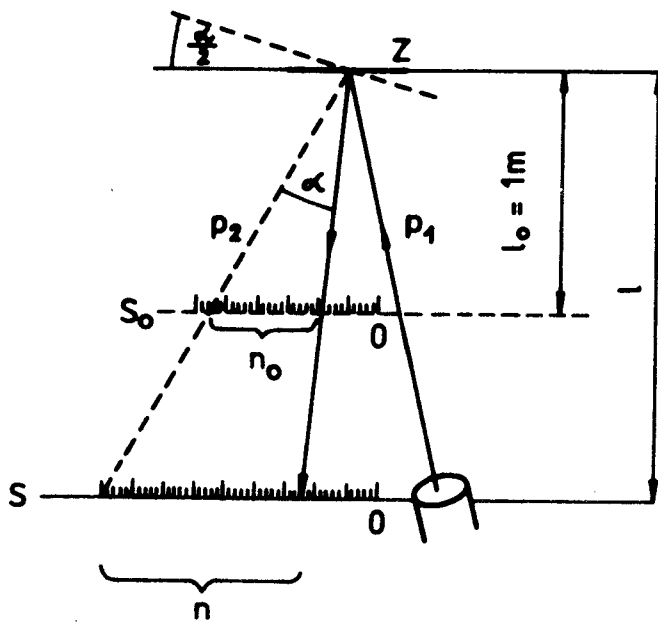
Citlivostí přístroje  $C$  se rozumí změna výchylky systému měřicího při je odpovídající zvolené (běžně jednotkové) změně měřené veličiny.

U zrcátkových galvanometrů měříme zpravidla výchylky systému metodou zrcátka a stupnice (viz obr.3). Z osvětlovací lampy je paprsek  $p_1$  nasměrován na zrcátko  $Z$  galvanometru, od kterého se odráží na stupnici  $S$ . U galvanometrů

často stupnice s osvětlovací lampou oddělena od měřicího přístroje. Pak je ovšem velikost posuvu světelné stopy závislá nejen na pootočení systému se zrcátkem, ale i na vzdálenosti stupnice od zrcátka. Pro stanovení citlivosti se uvažuje konvenční vzdálenost  $l_0$  stupnice a zrcátka rovná tisícinásobku jednoho dílku stupnice. Je-li stupnice dělena po jednom milimetru je konvenční vzdálenost  $l_0 = 1 \text{ m}$ . Pokud je při měření vzdálenost zrcátka a stupnice jiná než konvenční ( $l \neq l_0$ ), je nutno pro stanovení citlivosti provést přepočít podle vztahu

$$n_0 = \frac{l_0}{l} n, \quad (10)$$

který plyne z podobnosti trojúhelníků na obr.3. Ze změřeného posuvu světelné stopy o  $n$  dílků při vzdálenosti stupnice a zrcátka vypočítáme podle (10) posuv  $n_0$  stopy pro konvenční vzdálenost  $l_0$ .



Obr. 3

Výrobci přístrojů vyjadřují citlivost s různým rozměrem. Pro kompaktní přístroje se citlivost udává v dílcích  $d$  na jednotku měřené veličiny. Například proudová citlivost je např.

$C_i = 10^6 \text{ d/A}$  (nebo  $1 \text{ d}/\mu\text{A}$ ), napěťová citlivost např.

$C_u = 10^8 \text{ d/V}$  (nebo  $100 \text{ d}/\mu\text{V}$ ).

Pro galvanometry s oddělenou milimetrovou stupnicí se místo dílků udává výchylka v mm/m

( $1 \text{ d} = 1 \text{ mm/m}$ ). Proudová citlivost

$C_i = 10^6 \text{ d/A}$  pak bude

$C_i = 10^6 \text{ mm/m/A}$  nebo též

$1 \text{ mm/m}/\mu\text{A}$ .

Převrácená hodnota citlivosti se nazývá konstanta přístroje. Je to údaj, kterým musíme násobit výchylku, abychom dostali naměřenou hodnotu. Například při citlivosti  $C_i = 10^6 \text{ d/A}$  je konstanta přístroje  $10^{-6} \text{ A/d}$ .

Citlivost galvanometru změříme opět v zapojení podle obr.2.

Pokud je splněno, že  $R_2 \ll R_3 + R_i$ , bude napětí na odporu  $R_2$  rovno  $U' = UR_2 / R_1$ . Obvodem galvanometru poteče proud  $I_g = U' / (R_i + R_3)$ .

Změní-li se rovnovážná poloha při zapnutí proudu  $I_g$  o  $n$  dílků, bude proudová citlivost

$$C_i = \frac{(R_i + R_3) R_1}{R_2} \cdot \frac{n_0}{U} \quad (11)$$

Napěťovou citlivost vypočítáme podle vztahu

$$C_u = C_i / R_i \quad (12)$$








## Ručkové přístroje

Měřicí systém s otočnou cívkou, se kterým jsme se seznámili u galvanometru se používá i u ručkových přístrojů. Pohyb systému je opět popsán rovnicí (1). Na cívku působí stejný silový moment, takže je splněn i vztah (2). Tlumení pohybu systému však není určeno jen indukovaným proudem, ale i zvětšeno o vliv odporu prostředí (vzduchu), který působí na pohybující se ručku a křídélko s ní spojené. Brzdící konstanta je větší, než by odpovídalo vztahu (3) a systém je prakticky vždy v aperiodickém stavu. Cívka je uložena v ložiscích a direkční moment je realizován spirálovými párkami. Veličina  $K_D$  je určena mechanickými vlastnostmi těchto párek.

Přístroje s otočnou cívkou jsou nejčastěji používanými systémy u ručkových přístrojů měřících proud a napětí. Při stejnosměrných měřeních je výchylka systému úměrná měřené hodnotě (viz vztah (9)). Mají proto lineární stupnici. Aby s nimi bylo možno měřit i střídavé proudy a napětí musí být vybaveny usměrňovačem (diodou). Voltampérová charakteristika usměrňovače není lineární, není proto lineární ani stupnice přístroje pro střídavá měření.

U ručkových přístrojů se používají i některé jiné měřicí systémy, především elektrodynamické pro wattmetry. O nich se dočtete např. v učebnici [1]. O jaký měřicí systém se jedná poznáte ze značek vyznačených vpravo dole na štičku se stupnicí. Význam několika nejpoužívanějších značek je uveden v tab. 1.

Tab. 1 Značky na měřicích přístrojích

	Měřicí systém s otočnou cívkou
	Měřicí systém s otočnou cívkou a usměrňovačem
	Měřicí systém elektrodynamický se železem
	Měřicí přístroj pro stejnosměrný i střídavý proud
	Vodorovná poloha stupnice
	Označení třídy přesnosti 1,5
	Zkušební izolační napětí 1 kV

### Chyba a korekce přístroje

Přístrojem naměřená hodnota  $N$  se zpravidla liší od správné hodnoty  $S$ . Odchylce  $\Delta N$  říkáme absolutní chyba přístroje a definujeme

$$\Delta N = N - S \quad (13)$$

Známe-li chybu přístroje  $\Delta N$ , můžeme naměřenou hodnotu opravit (korigovat) a získat správnou hodnotu  $S$  z (1). Záporně vzaté hodnotě chyby přístroje říkáme korekce (oprava)  $k$ . Přičtením korekce  $k$  naměřené hodnotě získáme správnou hodnotu. Platí

$$S = N + k \quad (14)$$

Korekci přičítáme pochopitelně i s ohledem na znaménko.

### Postup při cejchování

Je-li absolutní chyba přístroje stále stejná při opakování měření, můžeme ji určit srovnáním s přesnějším přístrojem. U vícerozsahových přístrojů se společnou stupnicí cejchujeme základní rozsah a u ostatních rozsahů se spokojujeme cejchováním maximální výchylky.

Hodnoty chyb a korekcí zjišťujeme srovnáním údajů přístroje cejchovaného s údaji normálního přístroje, kterým má být přístroj s pokud možno velkou přesností, nejméně o třídu lepší než přístroj cejchovaný. Přístroje zapojíme podle příslušného schématu a než připojíme zdroj napětí, nastavíme na všech přístrojích nulové polohy tak, aby se ručičky kryly s nulovým dílkem stupnice. Po připojení zdroje zvyšujeme zvolna napětí nebo proud v obvodu.

Na stupnici cejchovaného přístroje nastavujeme postupně hodnoty rovné celistvým údajům na stupnici (jsou vyznačeny delšími čárkami) a tutéž veličinu přesně měříme normálním přístrojem. Po dosažení plné výchylky na cejchovaném přístroji postupujeme stejně při snižování výchylky a po vypnutí zdroje opět zapíšeme nulovou polohu přístrojů.

Při zvyšování resp. snižování výchylky přístrojů dbáme, aby výchylka neustále rostla resp. klesala. Tím je zahrnuta v chybě přístroje i hystereze měřícího systému. Stane-li se, že nastavovanou hodnotu překročíme, musíme se vrátit dostatečně daleko zpět a hodnotu znovu nastavit.

### Cejchovní tabulka a korekční křivka

Hodnoty cejchovaného i normálního přístroje čteme a zapisujeme do tabulky s maximální možnou přesností. Korekci  $k$  cejchovaného přístroje vzhledem k normálnímu určíme podle vzorce

$$k = \frac{1}{2} (S_1 + S_2) - N \quad (15)$$

kde  $S_1$  a  $S_2$  jsou údaje normálního přístroje při nastavení hodnoty  $N$  na cejchovaném přístroji, zvyšujeme-li a snižujeme-li hodnotu měřené veličiny. Je-li

cejchovaný přístroj v pořádku, měly by být hodnoty  $S_1$  a  $S_2$  stejné nebo sobě velmi blízké. Při větších rozdílech čtených hodnot vyžaduje přístroj opravu.

#### Cejchovní tabulka

Měřidlo : voltmetr v.č.22 854  
 Výrobce : Metra n.p.  
 Systém : s otočnou cívkou  
 Třída přesnosti : 1

Metoda cejchování : přímá  
 Stupnice v poloze : vodorovné  
 Teplota laboratoře : 22 °C

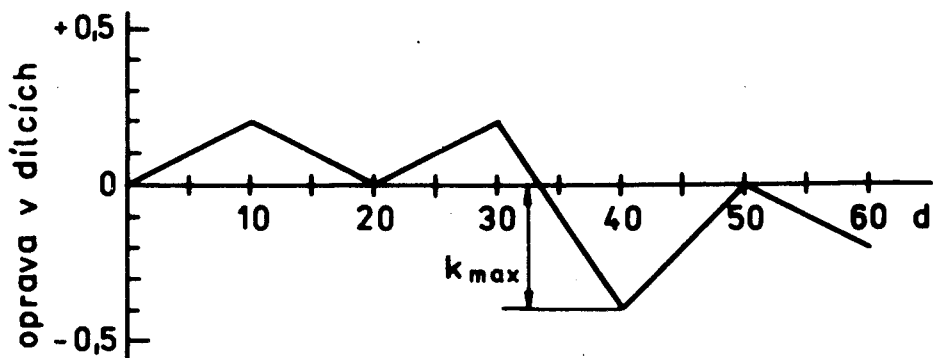
Nastavená hodnota [d]	Správná hodnota [V]	
	zvyšování	snižování
10	1,02	1,02
20	2,00	2,00
30	3,01	3,03
40	3,96	3,96
50	5,00	5,00
60	5,98	5,98

Grafickým znázorněním velikosti korekce na hodnotě  $N$  nastavované na cejchovaném přístroji dostaneme korekční křivku. Hodnoty mezi kontrolovanými body interpolujeme lineárně. Korekční křivka je proto znázorněna lomenou čarou (viz. obr.4).

#### Korekční křivka

Přístroj : voltmetr v.č. 22854  
 Měř. systém : s otočnou cívkou

Třída přesnosti : 1  
 Napětí : stejnosměrné



Obr. 4

### Třída přesnosti

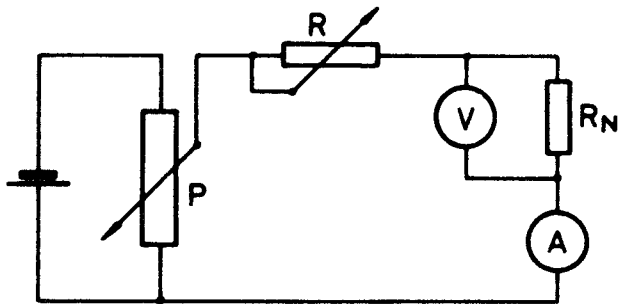
Z největší opravy  $k_{\max}$  můžeme stanovit třídu přesnosti přístroje. Vyjádříme čítáme maximální relativní chybu v procentech vztaženou k nominální hodnotě  $M$  cejchovaného rozsahu přístroje. Např.

$$\delta = \frac{k_{\max}}{M} \cdot 100 \% = \frac{0,4}{60} \cdot 100 \% = 0,67 \% .$$

Podle přesnosti  $\delta$  vyjádřené v procentech zařazujeme měřicí přístroje do několika tříd přesnosti. Podle ČSN normy rozeznáváme tyto třídy přesnosti : 0,1 ; 0,2 ; 0,5 ; 1 ; 1,5 ; 2,5 ; 5 . Měřidlo vyhovuje určité třídě přesnosti, jestliže jeho přesnost je lepší nebo rovna uvedené třídě a horší než nejbližší lepší třída. V uváděném případě by přístroj vyhovoval třídě přesnosti 1 .

### Cejchování voltmetru

Voltmetr lze cejchovat přesným přístrojem měřícím buď napětí nebo proud. V prvním případě zapojujeme oba přístroje, cejchovaný i normální, paralelně ke zdroji proměnného napětí. Máme-li k dispozici pouze zdroj konstantního napětí, regulujeme napětí na voltmetrech potenciometrem. Voltmetry zapojíme mezi jezdec a jeden z konců potenciometru.



Obr. 5

vnitřní odpor  $R_V$  voltmetru není alespoň o tři řády větší než odpor  $R_N$ , musíme eliminovat chybu metody výpočtem napětí podle vztahu

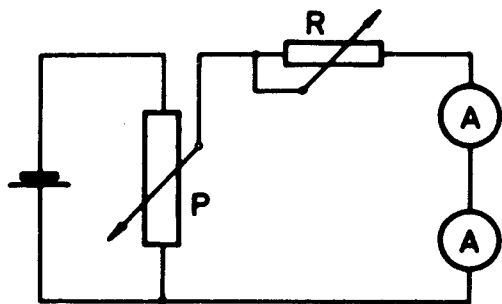
$$U = I \left( \frac{1}{R_N} + \frac{1}{R_V} \right)^{-1} , \quad (16)$$

ve kterém  $I$  je proud naměřený ampérmetrem.

Voltmetr můžeme cejchovat též pomocí ampermetru. Použijeme zapojení podle obr.5. Cejchovaným voltmetrem měříme spád napětí na etalonu odporu  $R_N$ , při průtoku známého proudu, změřeného normálním ampermetrem. Připojení na odpor  $R_N$  musí být provedeno tak, aby přechodové odpory nezkreslovaly měřenou hodnotu. Proto má etalon odporu čtyři svorky. Vnějšími proudovými zapojujeme rezistor do obvodu, na vnitřní (napěťové) připojujeme voltmetr. Pokud



## Cejchování ampérmetru



Obr. 6

Ampérmetr lze cejchovat normálním ampérmetrem nebo normálním voltmetrem a etalonem odporu. V prvním případě zapojíme obvod podle obr.6 , v druhém použijeme obvod zakreslený na obr.5 . Cejchujeme-li ampérmetr voltmetrem, mohou výsledek měření ovlivnit stejné chyby jako při cejchování voltmetru ampérmetrem. Správnou hodnotu proudu tekoucího ampérmetrem vypočítáme ze vztahu

$$I = U \left( \frac{1}{R_N} + \frac{1}{R_V} \right) , \quad (17)$$

který je ekvivalentní s výrazem (16).

## Literatura

- [1] Brož J. a kol.: Základy fyzikálních měření I, SPN, Praha 1983, čl. 4.1.4.2, 4.1.4.6, stať 4.1.5, čl. 4.3.2.2, 4.1.1, 4.1.2, 4.1.5, 4.1.6, 4.1.7 .

## 2. MĚŘENÍ ODPORU

### Pracovní úkol

1. Změřte substituční metodou vnitřní odpor používaných měřících přístrojů na těch rozsazích, na kterých měřící přístroj nejvíce ovlivňuje výsledek měření.
2. Změřte přímou metodou závislost odporu vlákna žárovky na proudu, který jím protéká. Výsledky měření zpracujte graficky a stanovte odpor vlákna žárovky za pokojové teploty.
3. Určete chyby měření.
4. Diskutujte, nakolik na jednotlivých rozsazích měřící přístroje ovlivňovaly výsledky.

### Změna odporu měřícího přístroje při přepnutí rozsahu.

U měřících přístrojů s otočnou cívkou se běžně nastavuje rozsah měřícího přístroje bočnickem (ampérmetr) nebo předřadným odporem (voltmetr). Bočnickem se rozumí rezistor připojený paralelně k měřícímu systému. Chceme-li zvětšit rozsah přístroje  $n$ -krát, musí být odpor  $R_D$  bočnicku  $(n-1)$ -krát menší než odpor  $R_a$  systému.